



Л. П. Евстафьева В. А. Евстафьев

Геометрия

Дидактические материалы

7 класс

Москва

«Просвещение»

2012

Серия «Академический школьный учебник» основана в 2005 году.

Проект «Российская академия наук, Российская академия образования, издательство «Просвещение» - российской школе».

Руководители проекта: вице-президент РАН акад. *В.В. Козлов*, президент РАО акад. *Н. Д. Никандров*, д-р пед. наук, чл.-корр. РАО *А. М. Кондаков*

Научные редакторы серии: акад.-секретарь РАО, д-р пед. наук *А. А. Кузнецов*, акад. РАО, д-р пед. наук *М. В. Рыжаков*, д-р экон. наук *С. В. Сидоренко*.

Евстафьева Л. П.

Геометрия. Дидактические материалы. 7 класс / Л. П. Евстафьева, В. А. Евстафьев. — М. : Просвещение, 2012. — 80 с.: ил. — (Академический школьный учебник). — ISBN 978-5-09-021187-1.

Дидактические материалы предназначены для учащихся общеобразовательных классов, работающих по учебнику А. Д. Александрова, А. Л. Вернера, В. И. Рыжика, Т. Г. Ходот «Геометрия. 7 класс».

Дидактические материалы содержат самостоятельные работы в четырёх вариантах к пунктам учебника и контрольные работы в двух вариантах к основным темам курса.

ISBN 978-5-09-021187-1

© Издательство «Просвещение», 2012

© Художественное оформление.

Издательство «Просвещение», 2012

Все права защищены

Содержание

Самостоятельная работа № 1 (к пп. 1.1, 1.2). Отрезки, лучи, прямые

Самостоятельная работа № 2 (к пп. 1.3, 1.4). Длина отрезка

Самостоятельная работа № 3 (к п. 1.5). Длина отрезка

Самостоятельная работа № 4 (к п. 1.5). Длина отрезка

Самостоятельная работа № 5 (к п. 1.6). Понятие о равенстве двух фигур.

Равенство треугольников

Самостоятельная работа № 6 (к пп. 2.1, 2.2). Окружность и круг

Самостоятельная работа № 7 (к п. 2.3). Центральная симметрия

Самостоятельная работа № 8 (к п. 2.4). Построения циркулем и линейкой

Самостоятельная работа № 9 (к п. 3.1). Угол, смежные углы

Самостоятельная работа № 10 (к п. 3.2). Равенство углов. Свойство равных углов

Самостоятельная работа № 11 (к пп. 3.3, 3.4). Откладывание угла. Сравнение углов. Прямой угол. Биссектриса угла

Самостоятельная работа № 12 (к п. 3.5). Биссектриса угла. Построение прямого угла

Самостоятельная работа № 13 (к п. 3.6). Вертикальные углы. Перпендикулярные прямые

Самостоятельная работа № 14 (к п. 3.7). Действия с углами

Самостоятельная работа № 15 (к п. 3.8). Измерение углов

Самостоятельная работа № 16 (к п. 3.8). Измерение углов.

Самостоятельная работа № 17 (к п. 3.9). Двугранные углы

Самостоятельная работа № 18 (к пп. 4.1, 4.2). Элементы треугольника

Самостоятельная работа № 19 (к п. 4.3). Первый признак равенства треугольников

Самостоятельная работа № 20 (к п. 4.5). Теорема о внешнем угле треугольника. Классификация треугольников

Самостоятельная работа № 21 (к п. 4.6). Перпендикуляр. Единственность перпендикуляра

Самостоятельная работа № 22 (к п. 4.7). Второй признак равенства треугольников

Самостоятельная работа № 23 (к п. 4.8). Высота треугольника

Самостоятельная работа № 24 (к п. 5.1). Равнобедренный треугольник

Самостоятельная работа № 25 (к п. 5.1). Равнобедренный треугольник

Самостоятельная работа № 26 (к п. 5.1). Равнобедренный треугольник

Самостоятельная работа № 27 (к п. 5.2). Серединный перпендикуляр к отрезку

Самостоятельная работа № 28 (к п. 5.4). Сравнение сторон и углов треугольника

Самостоятельная работа № 29 (к п. 6.2). Неравенство треугольника

Самостоятельная работа № 30 (к п. 7.1). Признаки параллельности прямых

Самостоятельная работа № 31 (к п. 7.1). Признаки параллельности прямых

Самостоятельная работа № 32 (к п. 7.4). Свойства углов, образованных параллельными прямыми и секущей

Самостоятельная работа № 33 (к п. 7.5). Построение прямоугольника. Свойства прямоугольника

Самостоятельная работа № 34 (к п. 8.1). Сумма углов треугольника

Контрольная работа № 1. Отрезки. Окружность и круг

Контрольная работа № 2. Углы

Контрольная работа № 3. Треугольники

Контрольная работа № 4. Параллельность. Сумма углов треугольника

Самостоятельная работа № 1 (к пп. 1.1, 1.2).

Отрезки, лучи, прямые

Вариант 1

1. Начертите отрезок MN и получите из него прямую MN . Возьмите точку A внутри отрезка MN , а точку B вне отрезка MN , но на луче MN .
 - а) Сколько прямых есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - б) Сколько лучей есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - в) Сколько отрезков есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - г) Что является пересечением отрезков MN и AB ?
 - д) Что является объединением лучей MB и NM ?
2. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Изобразите цветным карандашом прямую BC , луч AA_1 .
3. Изобразите пять точек так, чтобы не менее четырёх из них лежали на одной прямой. Через каждые две точки можно провести одну прямую. Сколько всего различных прямых можно провести через эти пять точек?

Вариант 2

1. Начертите отрезок KP и получите из него прямую KP . Возьмите точку A внутри отрезка KP , а точку B вне отрезка KP , но на луче KP .
 - а) Сколько прямых есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - б) Сколько лучей есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - в) Сколько отрезков есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - г) Что является пересечением отрезков KP и AB ?
 - д) Что является объединением лучей KB и PK ?
2. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Изобразите цветным карандашом прямую AB , луч DD_1 .
3. Изобразите шесть точек так, чтобы не менее пяти из них лежали на одной прямой. Через каждые две точки можно провести одну прямую. Сколько всего различных прямых можно провести через эти шесть точек?

Вариант 3

1. Начертите отрезок PQ и получите из него прямую PQ . Возьмите точку T внутри отрезка PQ , а точку B вне отрезка PQ , но на луче PQ .
 - а) Сколько прямых есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - б) Сколько лучей есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - в) Сколько отрезков есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - г) Что является пересечением отрезков PQ и TB ?
 - д) Что является объединением лучей BP и TQ ?
2. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Изобразите цветным карандашом прямую $A_1 D$, луч CB_1 .
3. Изобразите семь точек так, чтобы не менее шести из них лежали на одной прямой. Через каждые две точки можно провести одну прямую. Сколько всего различных прямых можно провести через эти семь точек? А если взять n точек так, чтобы не менее чем $(n - 1)$ точек лежали на одной прямой?

Вариант 4

1. Начертите отрезок DF и получите из него прямую DF . Возьмите точку A внутри отрезка DF , а точку M вне отрезка DF , но на луче FD .
 - а) Сколько прямых есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - б) Сколько лучей есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - в) Сколько отрезков есть на вашем рисунке? Назовите их.
 - г) Что является пересечением отрезков CA и DF ?
 - д) Что является объединением лучей FC и AD ?
2. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Изобразите цветным карандашом прямую AB_1 , луч CD_1 .
3. Изобразите шесть точек так, чтобы не менее пяти из них лежали на одной прямой. Через каждые две точки можно провести одну прямую. Сколько всего различных прямых можно провести через эти шесть точек? А если взять n точек так, чтобы не менее чем $(n - 1)$ точек лежали на одной прямой?

Самостоятельная работа № 2 (к пп. 1.3, 1.4). Длина отрезка

Вариант 1

1. Начертите луч с началом в точке A . Отложите на нём один вслед за другим отрезки $AC = CD = DE$ и отрезок EM , больший отрезка DE . Назовите отрезок, равный:
 - а) сумме отрезков AC и CE ;
 - б) сумме отрезков AC и EM ;
 - в) разности отрезков AD и AC ;
 - г) разности отрезков DM и AC ;
 - д) произведению числа 2 и отрезка DE ;
 - е) произведению числа $\frac{1}{3}$ и отрезка AE .
2. Изобразите отрезки a и b такие, что $a > b$. Изобразите отрезки, равные: $2a$; $3b$; $2a - b$.
3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведён отрезок $B_1 D$ (диагональ куба) и взята точка M на ребре BC (рис. 1). Верно ли, что сумма отрезков $B_1 M$ и MD равна отрезку $B_1 D$?

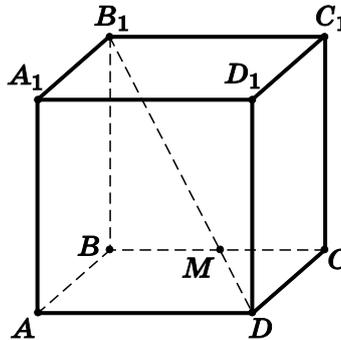


Рис. 1

Вариант 2

1. Начертите луч с началом в точке B . Отложите на нём один вслед за другим отрезки $BC = CA = AD$ и отрезок DM , меньший отрезка AD . Назовите отрезок, равный:
 - а) сумме отрезков BC и CD ;
 - б) сумме отрезков BC и DM ;
 - в) разности отрезков AB и AC ;

- г) разности отрезков AM и BC ;
- д) произведению числа 2 и отрезка DA ;
- е) произведению числа $\frac{1}{3}$ и отрезка BD .
2. Изобразите отрезки a и b такие, что $a < b$. Изобразите отрезки, равные: $3a$; $2b$; $2b - a$.
3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведён отрезок $A_1 C$ (диагональ куба) и взята точка N на ребре BB_1 (рис. 2). Верно ли, что сумма отрезков $A_1 N$ и NC равна отрезку $A_1 C$?

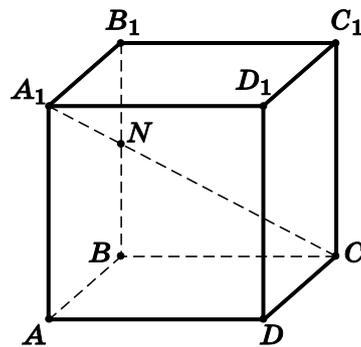


Рис. 2

Вариант 3

1. Начертите луч с началом в точке K . Отложите на нём один вслед за другим отрезки $KC = CP = PE$ и отрезок EF , больший отрезка PE . Назовите отрезок, равный:
- а) сумме отрезков KC и CE ;
- б) сумме отрезков KC и EF ;
- в) разности отрезков KP и PE ;
- г) разности отрезков PF и KC ;
- д) произведению числа 2 и отрезка CP ;
- е) произведению числа $\frac{1}{3}$ и отрезка EK .
2. Изобразите отрезки a и b такие, что $a > b$. Изобразите отрезки, равные: $4a$; $3b$; $3a - 2b$.
3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взяты точки $M \in A_1 B_1$, $H \in BB_1$, $G \in BC$, $E \in CD$. Точки M , H , G и E последовательно соединены отрезками (рис. 3).

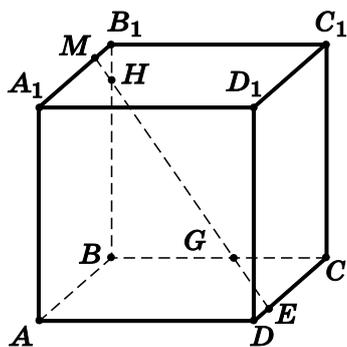


Рис. 3

Определите вид получившейся линии. Верно ли, что сумма отрезков MH , HG , GE равна отрезку ME ? Если нет, то, как вам кажется, эта сумма меньше или больше отрезка ME ?

Вариант 4

- Начертите луч с началом в точке B . Отложите на нём один вслед за другим отрезки $BC = CA = AD$ и отрезок DM , меньший отрезка AD . Назовите отрезок, равный:
 - сумме отрезков BC и CD ;
 - сумме отрезков BC и DM ;
 - разности отрезков AB и AC ;
 - разности отрезков AM и BC ;
 - произведению числа 2 и отрезка DA ;
 - произведению числа $\frac{1}{3}$ и отрезка BD .
- Изобразите отрезки a и b такие, что $a < b$. Изобразите отрезки, равные: $3a$; $2b$; $2b - a$.
- В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взяты точки $M \in A_1 B_1$, $N \in B_1 D_1$, $K \in BC$, $P \in CD$ (рис. 4).

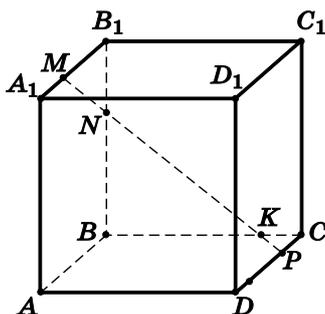


Рис. 4

Точки M , N , K и P последовательно соединены отрезками. Определите вид получившейся линии. Верно ли, что сумма отрезков MN , NK , KP равна отрезку MP ? Если нет, то, как вам кажется, эта сумма меньше или больше отрезка MP ?

Самостоятельная работа № 3 (к п. 1.5).

Длина отрезка

Вариант 1

1. Перечертите по клеткам линию, состоящую из отрезков AB , BC , CD и DE (рис. 5).

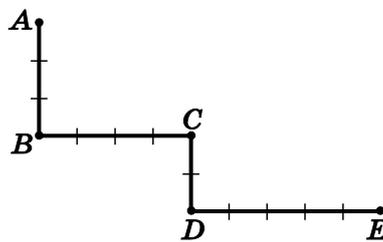


Рис. 5

- а) Измерьте каждый из отрезков и запишите их длины в сантиметрах.
 - б) Какова длина всей линии?
 - в) Измерьте расстояние между точками B и D , A и E .
2. Перерисуйте по клеткам треугольник ABC (рис. 6). Измерьте его стороны. Найдите периметр. Измерьте длину отрезка, соединяющего вершину B с серединой стороны AC .

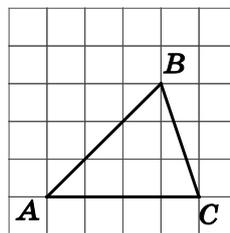


Рис. 6

3. Нарисуйте прямоугольник со сторонами 2,5 см и 3 см. Найдите его периметр. Измерьте и запишите расстояния между серединами каждой двух его соседних сторон.

4. Пусть отрезки $AB = 2$ см, $BC = 3$ см. Означает ли это, что длина отрезка $AC = 5$ см? Поясните свой ответ рисунком.
5. На изображении пирамиды (рис. 7) проведите цветным карандашом линию, состоящую из отрезков MP , PN , NK , KB . Видимые отрезки отметьте сплошной линией, а невидимые — штриховой.

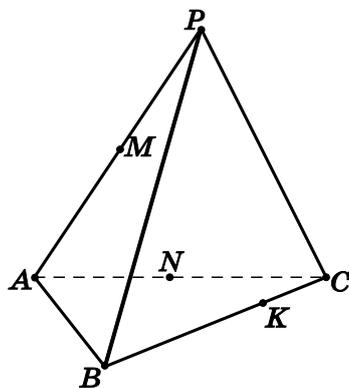


Рис. 7

Вариант 2

1. Перечертите по клеткам линию, состоящую из отрезков AB , BC , CD и DE (рис. 8).

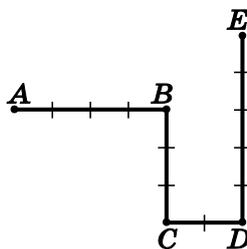


Рис. 8

- а) Измерьте каждый из отрезков и запишите их длины в сантиметрах.
- б) Какова длина всей линии?
- в) Измерьте расстояние между точками: B и D , A и E .
2. Перерисуйте по клеткам треугольник ABC (рис. 9). Измерьте его стороны. Найдите периметр. Измерьте длину отрезка, соединяющего вершину C с серединой стороны AB .

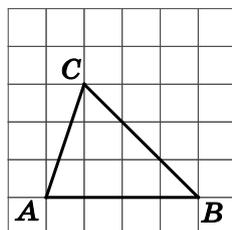


Рис. 9

3. Нарисуйте прямоугольник со сторонами 2 см и 3,5 см. Найдите его периметр. Измерьте и запишите расстояния между серединами каждой двух его соседних сторон.
4. Пусть отрезки $AB = 3$ см, $BC = 4$ см. Означает ли это, что длина отрезка $AC = 7$ см? Поясните свой ответ рисунком.
5. На изображении пирамиды (рис. 10) проведите цветным карандашом линию, состоящую из отрезков MP , PN , NK , KB . Видимые отрезки отметьте сплошной линией, а невидимые — штриховой.

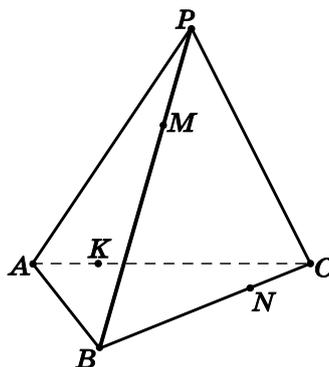


Рис. 10

Вариант 3

1. Перечертите по клеткам линию, состоящую из отрезков AB , BC , CD , DE , EF , FG (рис. 11).

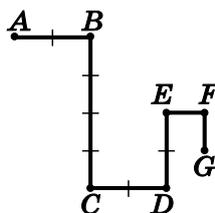


Рис. 11

- а) Измерьте каждый из отрезков и запишите их длины в сантиметрах/
 - б) Какова длина всей линии?
 - в) Измерьте расстояние между точками B и D , A и E .
2. Перерисуйте по клеткам треугольник ABC (рис. 12).

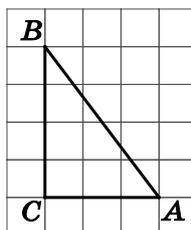


Рис. 12

- Измерьте его стороны; найдите периметр. Найдите середину стороны AC . Измерьте длину отрезка, соединяющего вершину B с серединой стороны AC . Во сколько раз длина этого отрезка отличается от длины отрезка AB ?
3. Нарисуйте прямоугольник со сторонами 5 см и 12 см. Найдите его периметр. Измерьте и запишите расстояния между серединами каждой двух его соседних сторон. Измерьте диагональ этого прямоугольника. Во сколько раз сумма расстояний между серединами сторон больше длины диагонали?
4. Пусть отрезки $AB = 2$ см, $BC = 3$ см. Возможно ли такое расположение точек A , B и C , что:
- а) $AC = 4$ см; б) $AC = 5$ см; в) $AC = 6$ см?
- Ответы проиллюстрируйте рисунками.
5. На изображении пирамиды (рис. 13) проведите цветным карандашом линию, состоящую из отрезков AM , MK , KE , EP , PH , HC , CA . Видимые отрезки отметьте сплошной линией, а невидимые — штриховой. Является ли эта линия плоской или пространственной? Какими ещё свойствами она обладает?

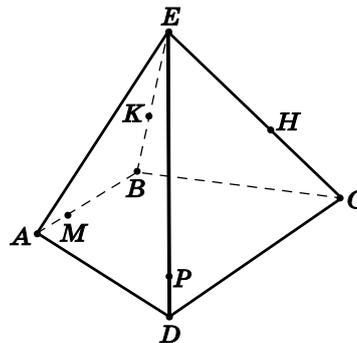


Рис. 13

Вариант 4

1. Перечертите по клеткам линию, состоящую из отрезков AB , BC , CD , DE , EF , FG , GH , HK (рис. 14).

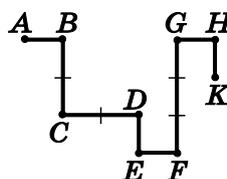


Рис. 14

- а) Измерьте каждый из отрезков и запишите их длины в сантиметрах.
- б) Какова длина всей линии?
- в) Измерьте расстояние между точками: B и K , A и E .

2. Перерисуйте по клеткам треугольник ABC (рис. 15).

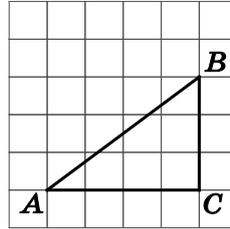


Рис. 15

Измерьте его стороны. Найдите периметр. Найдите середину стороны AC . Измерьте длину отрезка, соединяющего вершину B с серединой стороны AC . Во сколько раз длина этого отрезка отличается от длины отрезка AB ?

3. Нарисуйте прямоугольник со сторонами 6 см и 2,5 см. Найдите его периметр. Измерьте и запишите расстояния между серединами каждой двух его соседних сторон. Измерьте диагональ этого прямоугольника. Во сколько раз сумма расстояний между серединами сторон больше длины диагонали?

4. Пусть отрезки $AB = 3$ см, $BC = 4$ см. Возможно ли такое расположение точек A , B и C , что:

- а) $AC = 6$ см; б) $AC = 7$ см; в) $AC = 8$ см?

Ответы проиллюстрируйте рисунками.

5. На изображении пирамиды (рис. 16) проведите цветным карандашом линию, состоящую из отрезков MP , PH , HK , KB . Видимые отрезки отметьте сплошной линией, а невидимые — штриховой.

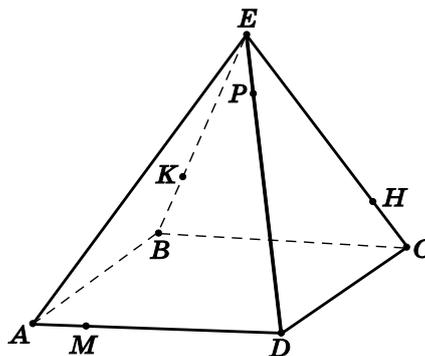


Рис. 16

Самостоятельная работа № 4 (к п. 1.5).

Длина отрезка

Вариант 1

1. Начертите два отрезка длинами $a = 3,8$ см и $b = 24$ мм. Какой из отрезков длиннее: $2a - b$ или $2b - a$?
2. На луче с началом в точке A отложите последовательно пять отрезков: $AB = BC = CD = DE = EM$. Запишите:
 - а) отрезок, который в три раза больше отрезка DE ;
 - б) отрезки, для которых точка C является серединой;
 - в) отрезок, в 1,5 раза меньший отрезка BE ;
 - г) отрезок, составляющий $\frac{3}{4}$ отрезка BM ;
 - д) отрезки, отношение которых равно отношению чисел 2 и 3.

Вариант 2

1. Начертите два отрезка длинами $a = 42$ мм и $b = 3,8$ см. Какой из отрезков длиннее: $b - \frac{1}{2}a$ или $a - \frac{1}{2}b$?
2. На луче с началом в точке A отложите последовательно пять отрезков: $AB = BC = CD = DE = EM$. Запишите:
 - а) отрезок, который в 2,5 раза меньше отрезка AM ;
 - б) отрезки, для которых точка E является серединой;
 - в) отрезок, в два раза больший отрезка BD ;
 - г) отрезок, составляющий $\frac{2}{5}$ отрезка AM ;
 - д) отрезки, отношение которых равно отношению чисел 3 и 4.

Вариант 3

1. Начертите три отрезка длинами $a = 42$ мм, $b = 3,8$ см, $c = 0,4$ дм. Какой из отрезков длиннее: $3b + 2a - c$ или $4c - b + a$?
2. На луче с началом в точке A отложите последовательно шесть отрезков: $AB = BC = CD = DE = EM = MK$. Запишите:

- а) отрезок, который в 1,5 раза меньше отрезка AK ;
- б) отрезки, которые точка C делит в отношении 1 к 2;
- в) отрезок, в два раза больший отрезка BE ;
- г) отрезок, составляющий $1\frac{1}{3}$ отрезка DK ;
- д) отрезки, отношение которых равно отношению чисел 2 и 5.

Вариант 4

1. Начертите три отрезка длинами $a = 0,5$ дм, $b = 47$ мм, $c = 5,2$ см. Какой из отрезков длиннее: $4b - 2a + c$ или $3c - b + a$?
2. На луче с началом в точке P отложите последовательно девять отрезков $PK = KL = LN = NM = MA = AC = CH = HB = BQ$. Запишите:
 - а) отрезок, который в 1,5 раза меньше отрезка PC ;
 - б) отрезки, которые точка N делит в отношении 1 к 3;
 - в) отрезок, который в три раза меньше отрезка KH ;
 - г) отрезок, составляющий $1\frac{1}{3}$ отрезка LA ;
 - д) отрезки, отношение которых равно отношению чисел 3 и 7.

Самостоятельная работа № 5 (к п. 1.6).

Понятие о равенстве двух фигур. Равенство треугольников

Вариант 1

1. На каком рисунке (17, а или 17, б) есть равные треугольники? Объясните.

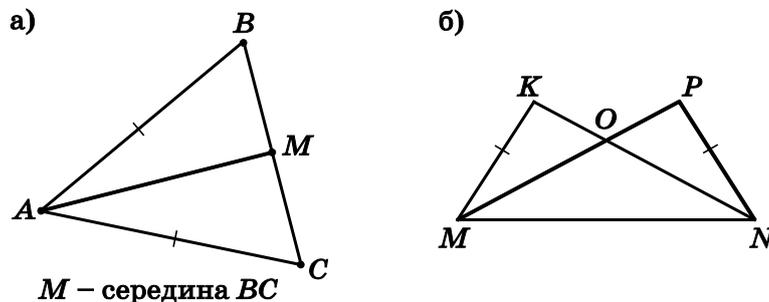


Рис. 17

2. Назовите равные грани тетраэдра $PADE$ (рис. 18).

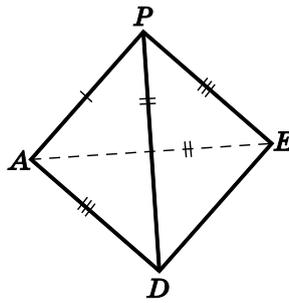
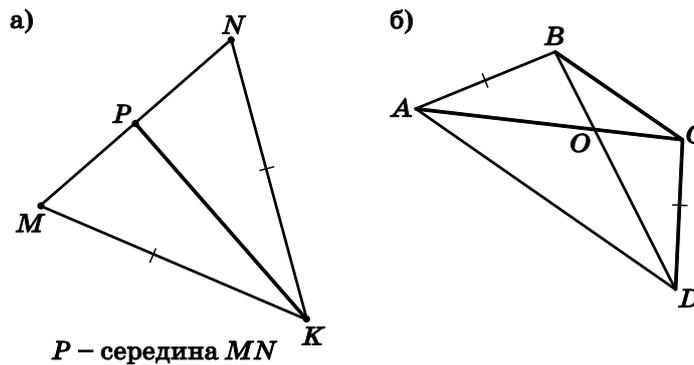


Рис. 18

Вариант 2

1. На каком рисунке (19, а или 19, б) есть равные треугольники? Объясните.



P – середина *MN*

Рис. 19

2. Назовите равные грани тетраэдра *PADE* (рис. 20).

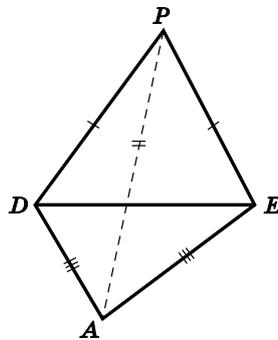
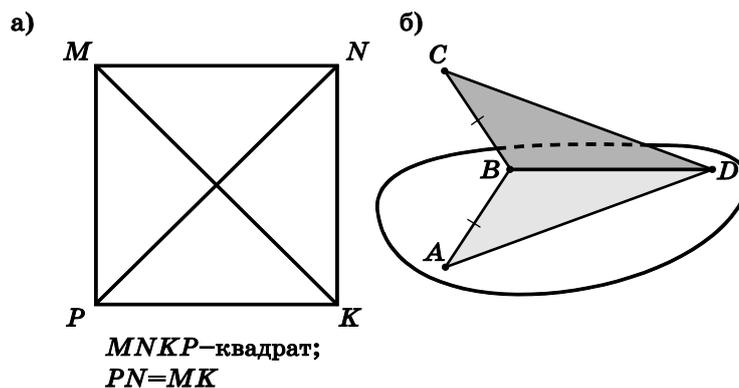


Рис. 20

Вариант 3

1. На каком рисунке (21, а или 21, б) есть равные треугольники? Объясните.



MNKP – квадрат;
PN = MK

Рис. 21

2. Назовите равные треугольники, лежащие в гранях куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 22). Диагонали граней куба (AB_1 и CB_1) равны.

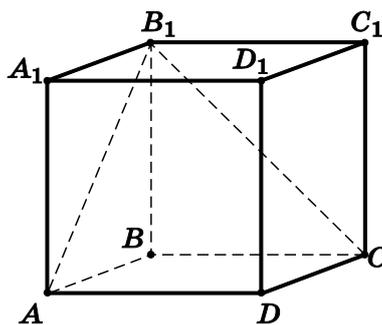
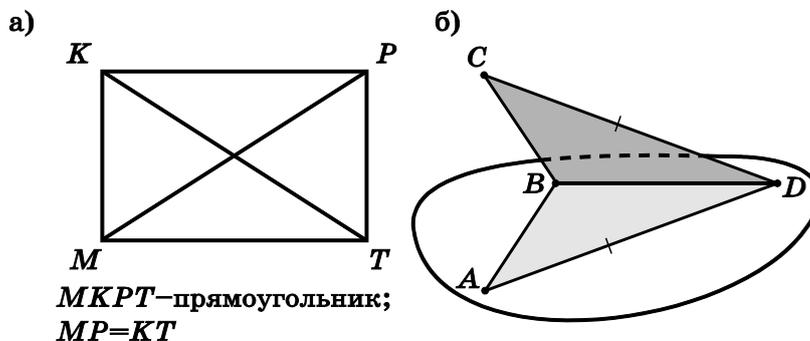


Рис. 22

Вариант 4

1. На каком рисунке (23, а или 23, б) есть равные треугольники? Объясните.



$МКРТ$ —прямоугольник;
 $MP=KT$

Рис. 23

2. Назовите равные треугольники, лежащие в гранях куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 24). Диагонали граней куба (BC_1 и DC_1) равны.

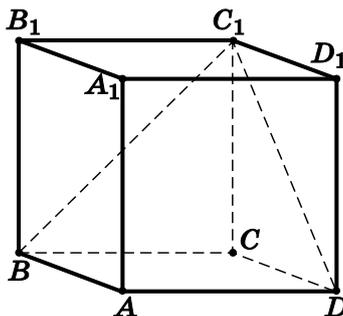


Рис. 24

Самостоятельная работа № 6 (к пп. 2.1, 2.2).

Окружность и круг

Вариант 1

1. Нарисуйте окружность радиусом 3,5 см. Нарисуйте вторую окружность, concentricкую с данной, радиус которой составляет 0,8 от радиуса первой. Закрасьте полученное кольцо. Вычислите его ширину.
2. Нарисуйте две пересекающиеся окружности, радиус одной из которых 3,5 см, а другой на 0,8 см меньше. Изобразите на рисунке:
 - а) радиус первой окружности;
 - б) диаметр второй окружности;
 - в) хорду первой окружности, не являющуюся хордой второй;
 - г) сектор первого круга;
 - д) сегмент второго круга.
3. Используя рисунок 25, получите два равных треугольника ($AB = CD$).

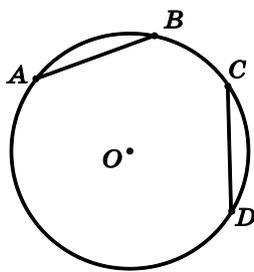


Рис. 25

Вариант 2

1. Нарисуйте окружность радиусом 2,4 см. Нарисуйте вторую окружность, concentricкую с данной, радиус которой в 1,5 раза больше радиуса первой. Закрасьте полученное кольцо. Вычислите его ширину.
2. Нарисуйте две пересекающиеся окружности, радиус одной из которых 2,4 см, а другой на 1,5 см больше. Изобразите на рисунке:
 - а) радиус первой окружности;
 - б) диаметр второй окружности;
 - в) хорду первой окружности, не являющуюся хордой второй;
 - г) сектор первого круга;
 - д) сегмент второго круга.
3. Используя рисунок 26, получите два равных треугольника (точка M — середина хорды CA).

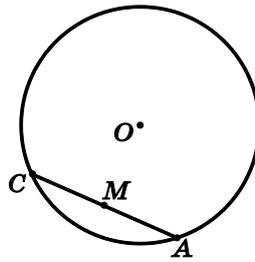


Рис. 26

Вариант 3

1. Нарисуйте окружность радиусом 3,3 см. Нарисуйте вторую окружность, концентрическую с данной, радиус которой составляет $\frac{1}{3}$ радиуса первой. Закрасьте полученное кольцо. Вычислите его ширину. Можно ли сделать это, не находя радиуса меньшей окружности?
2. Нарисуйте две пересекающиеся окружности, радиус одной из которых 2,4 см, а другой на 1,5 см больше, так, чтобы центр каждой окружности лежал вне другой. Последовательно выполните построения. Изобразите на рисунке:
 - а) отрезок, соединяющий центры этих окружностей;
 - б) точки (на нарисованном в пункте а) отрезке), не принадлежащие пересечению кругов;
 - в) хорду большей окружности, не являющуюся диаметром и не имеющую общих точек с меньшей окружностью, получив два сегмента; при этом дуга меньшей окружности должна принадлежать большему сегменту, очерченному большей окружностью;
 - г) в меньшей окружности радиусы в точках пересечения с большей окружностью, получив секторы;
 - д) точки, принадлежащие либо меньшему сектору меньшего круга, либо большему сегменту большего круга, но не их пересечению.
3. Используя рисунок 27, получите два равных треугольника ($AB = CD$).

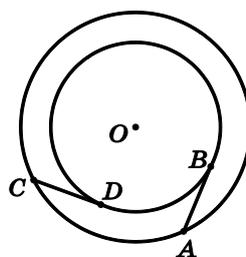


Рис. 27

Вариант 4

1. Нарисуйте окружность радиусом 3,5 см. Нарисуйте вторую окружность, концентрическую с данной, радиус которой составляет $\frac{3}{7}$ радиуса первой. Закрасьте полученное кольцо. Вычислите его ширину. Можно ли сделать это, не находя радиуса меньшей окружности?
2. Нарисуйте две пересекающиеся окружности, радиус одной из которых 3,6 см, а другой на 1,2 см меньше, так, чтобы центр каждой окружности лежал вне другой. Последовательно выполните построения. Изобразите на рисунке:
 - а) отрезок, соединяющий центры этих окружностей;
 - б) точки на нарисованном отрезке, не принадлежащие пересечению кругов;
 - в) хорду меньшей окружности, не являющуюся диаметром и не имеющую общих точек с большей окружностью, получив два сегмента; при этом дуга большей окружности должна проходить через больший сегмент;
 - г) в большей окружности радиусы в точках пересечения с меньшей окружностью, получив секторы;
 - д) точки, принадлежащие либо меньшему сектору большего круга, либо большему сегменту меньшего круга, но не их пересечению.
3. Используя рисунок 28, получите два равных треугольника ($AB = CD$).

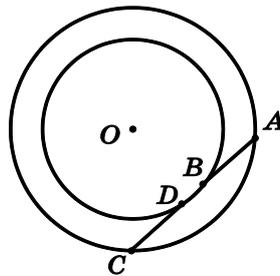


Рис. 28

Самостоятельная работа № 7 (к п. 2.3).

Центральная симметрия

Вариант 1

1. Посмотрите на рисунок 29.

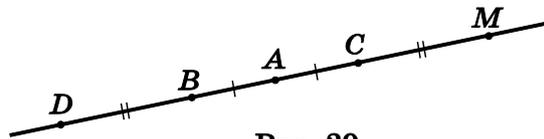


Рис. 29

- Напишите, какая точка симметрична точке C относительно точки A .
 - Напишите, какая точка симметрична точке D относительно точки A .
 - Верно ли, что точка A симметрична точке M относительно точки C ?
Ответ обоснуйте.
 - Напишите, какой отрезок симметричен отрезку CM относительно точки A .
 - Какая точка является центром симметрии отрезка AD ?
2. Нарисуйте круг с центром в точке O и радиусом 3,2 см. Проведите в нём хорду AB , не являющуюся диаметром. Проведите хорду CD , симметричную AB относительно центра окружности. Закрасьте меньший сегмент с хордой AB и сегмент, симметричный ему относительно точки O .

Вариант 2

1. Посмотрите на рисунок 30.

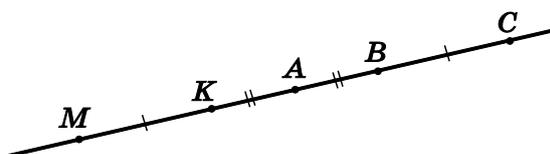


Рис. 30

- Напишите, какая точка симметрична точке B относительно точки A .

- б) Напишите, какая точка симметрична точке C относительно точки A .
- в) Верно ли, что точка A симметрична точке D относительно точки M ?
 Ответ обоснуйте.
- г) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку MK относительно точки A .
- д) Какая точка является центром симметрии отрезка AC ?
2. Нарисуйте круг с центром в точке O и радиусом $4,1$ см. Проведите в нём хорду PK , не являющуюся диаметром. Проведите хорду MT , симметричную PK относительно центра окружности. Закрасьте меньший сегмент с хордой MT и сегмент, симметричный ему относительно точки O .

Вариант 3

1. На рисунке 31 $AO = OD$; $BO = OE = EH$; $CO = OF$; $OP = PT$.

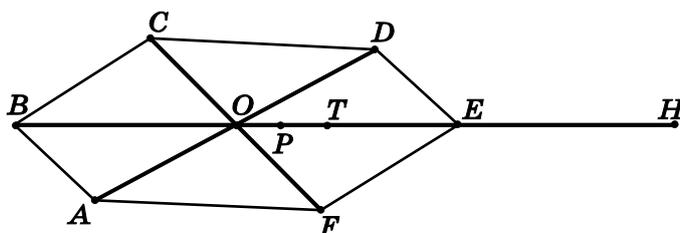


Рис. 31

- а) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку BC относительно точки O .
- б) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку AO относительно точки O .
- в) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку CF относительно точки O .
- г) Для какого отрезка точка P является центром симметрии?
- д) Возможно ли, что точки H и B симметричны относительно точки T ?
 Если да, то при каком условии?
- е) Какой треугольник симметричен треугольнику ODE относительно точки O ?
2. Нарисуйте круг с центром в точке O и радиусом 5 см. Проведите в нём хорду MT , не являющуюся диаметром. Проведите хорду AK ,

симметричную MT относительно центра окружности. Закрасьте меньший сегмент с хордой AK и сегмент, симметричный ему относительно точки O .

3. Перерисуйте изображение куба и ломаной, проходящей по его рёбрам (рис. 32). Нарисуйте другим цветом ломаную, симметричную данной относительно точки пересечения диагоналей куба. (Диагонали куба делятся точкой пересечения пополам.)

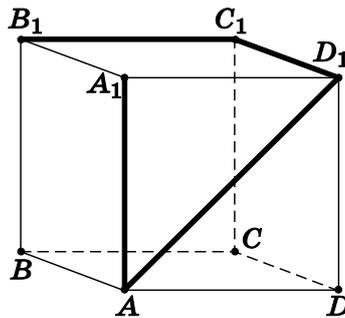


Рис. 32

Вариант 4

1. На рисунке 33 $AO = OD$; $BO = OE = EH$; $CO = OF$; $OP = PT$.

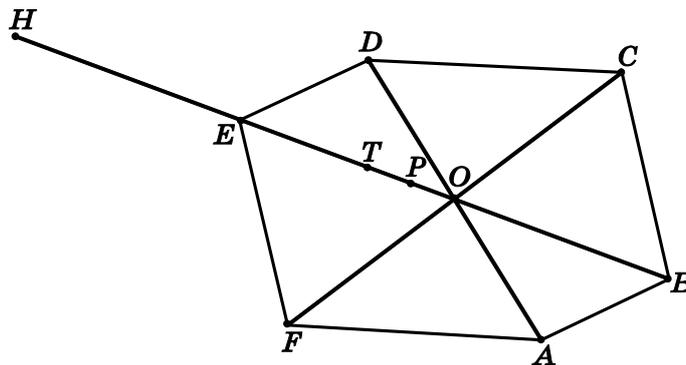


Рис. 33

- а) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку BC относительно точки O .
- б) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку AO относительно точки O .
- в) Напишите, какой отрезок симметричен отрезку CF относительно точки O .
- г) Для какого отрезка точка P является центром симметрии?
- д) Возможно ли, что точки H и B симметричны относительно точки T ? Если да, то при каком условии?

- е) Какой треугольник симметричен треугольнику ODE относительно точки O ?
- Нарисуйте круг с центром в точке O и радиусом 5 см. Проведите в нём хорду MT , не являющуюся диаметром. Проведите хорду AK , симметричную MT относительно центра окружности. Закрасьте меньший сегмент с хордой AK и сегмент, симметричный ему относительно точки O .
 - Перерисуйте изображение куба и ломаной, проходящей по его рёбрам (рис. 34). Нарисуйте другим цветом ломаную, симметричную данной относительно точки пересечения диагоналей куба. (Диагонали куба делятся точкой пересечения пополам.)

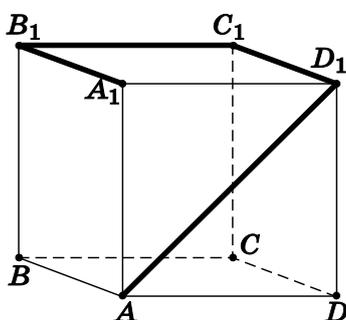


Рис. 34

Самостоятельная работа № 8 (к п. 2.4).

Построения циркулем и линейкой

Вариант 1

- Постройте треугольник ABC и луч AB . На луче AB отложите с помощью циркуля отрезок $AD = BC$. Изобразите прямую CD .
- Постройте треугольник MNK . Теперь построьте треугольник ABC , равный треугольнику MNK , так, чтобы $AB = MK$.
- Постройте окружность с центром O . Возьмите на ней точку M и построьте окружность с центром M таким же радиусом.

Вариант 2

- Постройте треугольник PQD и луч QD . На луче QD отложите с помощью циркуля отрезок $QM = DQ$. Изобразите прямую PM .

2. Постройте треугольник ABC . Теперь постройте треугольник MNK , равный треугольнику ABC , так, чтобы $AC = MN$.
3. Постройте окружность с центром O . Возьмите на ней точку M и построьте окружность с центром M таким же радиусом.

Вариант 3

1. Постройте треугольник PQD и прямую QD . На прямой QD отложите с помощью циркуля отрезки QM и QS , равные PQ . Что является пересечением этих отрезков? Какова длина их объединения, если $PQ = 5$ ед.? Запишите, через какие точки пройдёт окружность с центром Q и радиусом равным QS .
2. Постройте треугольник ABC . Проведите прямую BC и в полуплоскости, в которой не лежит точка A , постройте треугольник BMC так, что $BM = AC$ и $MC = AB$. Что можно сказать про треугольники ABM и MCA ? Объясните свой вывод.
3. Постройте окружность с центром O . Возьмите на ней точку M и построьте окружность с центром M таким же радиусом. Пусть радиус исходной окружности равен 2 ед. Какой наибольшей длины может быть отрезок, концы которого лежат на объединении окружностей? Пусть точки пересечения окружностей A и B . Найдите периметр четырёхугольника $OAMB$.

Вариант 4

1. Постройте треугольник MPK и прямую PK . На прямой PK отложите с помощью циркуля отрезки PA и PS , равные MP . Что является пересечением этих отрезков? Какова длина их объединения, если $PM = 3$ ед.? Запишите, через какие точки пройдёт окружность с центром P и радиусом, равным PA ?
2. Постройте треугольник DEN . Проведите прямую DN и в полуплоскости, в которой не лежит точка E , постройте треугольник DKN так, что $DK = EN$ и $KN = DE$. Что можно сказать про треугольники EDK и KNE ? Объясните свой вывод.

3. Постройте окружность с центром O . Возьмите на ней точку M и постройте окружность с центром M таким же радиусом. Пусть радиус исходной окружности равен 4 ед. Какой наибольшей длины может быть отрезок, концы которого лежат на объединении окружностей? Пусть точки пересечения окружностей A и B . Найдите периметр четырёхугольника $OAMB$.

Самостоятельная работа № 9 (к п. 3.1).

Угол, смежные углы

Вариант 1

- Начертите неразвёрнутый выпуклый угол с вершиной O . Изобразите две точки: точку A на стороне угла и точку B внутри угла.
 - Изобразите хорду угла, содержащую точки A и B , назовите её.
 - Изобразите луч OB и продолжение его за точку O . На продолжении возьмите точку P . Глядя на рисунок, запишите развёрнутый угол и пару смежных углов.
- Изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 35). Запишите какой-нибудь угол с вершиной C_1 , стороны которого содержат вершины куба, и постройте на рисунке смежный с ним угол.

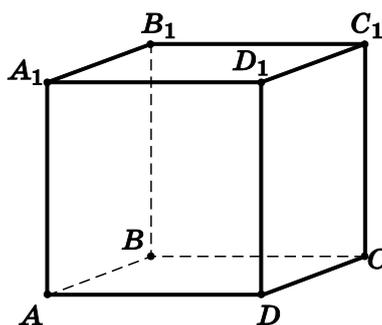


Рис. 35

- а) Сколько всего различных углов изображено на рисунке 36? Запишите их названия.

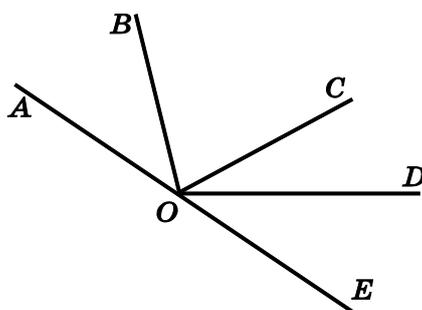


Рис. 36

б) Являются ли смежными следующие пары углов:

$\angle AOB$ и $\angle BOD$; $\angle DOE$ и $\angle AOB$; $\angle DOE$ и $\angle DOA$?

Вариант 2

1. Начертите неразвёрнутый выпуклый угол с вершиной K . Изобразите две точки: точку M на стороне угла и точку P внутри угла.

а) Изобразите хорду угла, содержащую точки M и P , назовите её.

б) Изобразите луч KP и продолжение его за точку K . На продолжении возьмите точку D . Глядя на рисунок, запишите развёрнутый угол и пару смежных углов.

2. Изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 37). Запишите какой-нибудь угол с вершиной A_1 , стороны которого содержат вершины куба, и постройте на рисунке смежный с ним угол.

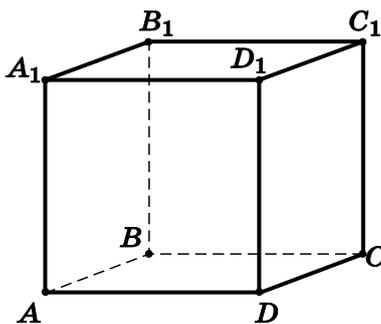


Рис. 37

3. а) Сколько всего различных углов изображено на рисунке 38? Запишите их названия.

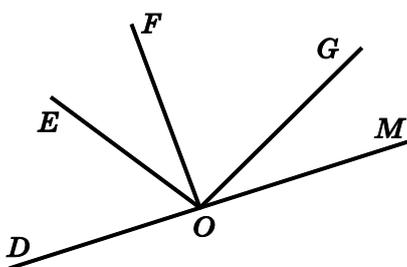


Рис. 38

- б) Являются ли смежными следующие пары углов:
 $\angle MOG$ и $\angle FOD$; $\angle DOE$ и $\angle EOM$; $\angle DOE$ и $\angle EOG$?

Вариант 3

- Начертите неразвёрнутый выпуклый угол с вершиной T .
 - Изобразите точки M и A внутри угла таким образом, чтобы через них проходила некоторая хорда угла T . Изобразите эту хорду и назовите её.
 - Отметьте внутри угла точку B так, чтобы невозможно было провести хорду угла T через точки A и B одновременно. Цветным карандашом отметьте, где располагаются все точки, обладающие таким свойством.
 - Изобразите луч TM и продолжение его за точку T . На продолжении возьмите точку P . Глядя на рисунок, запишите развёрнутый угол и пары смежных углов.
- Изобразите тетраэдр $SABC$. Запишите какой-нибудь угол с вершиной S , стороны которого содержат вершины тетраэдра, и постройте на рисунке смежный с ним угол.
- Сколько всего выпуклых углов со стороной OD изображено на рисунке 39? По рисунку найдите, какие углы являются смежными для углов: $\angle COD$, $\angle FOB$, $\angle COF$. Являются ли смежными углами: $\angle AOB$ и $\angle BOC$; $\angle FOE$ и $\angle FOB$; $\angle DOE$ и $\angle BOA$?

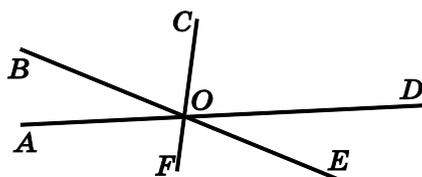


Рис. 39

Вариант 4

- Начертите неразвёрнутый выпуклый угол с вершиной B .

- а) Изобразите точки P и K внутри угла таким образом, чтобы через них проходила некоторая хорда угла B . Изобразите эту хорду и назовите её.
- б) Отметьте внутри угла точку N так, чтобы невозможно было провести хорду угла B через точки K и N одновременно. Цветным карандашом отметьте, где располагаются все точки, обладающие таким свойством.
- в) Изобразите луч BP и продолжение его за точку B . На продолжении возьмите точку F . Глядя на рисунок, запишите развёрнутый угол и пары смежных углов.
2. Изобразите тетраэдр $DMKP$. Запишите какой-нибудь угол с вершиной D , стороны которого содержат вершины тетраэдра, и постройте на рисунке смежный с ним угол.
3. Сколько всего выпуклых углов со стороной AE изображено на рисунке 40? По рисунку найдите, какие углы являются смежными для углов: $\angle FAG$, $\angle HAP$, $\angle EAH$. Являются ли смежными углами: $\angle GAE$ и $\angle EAN$; $\angle FAH$ и $\angle HAN$; $\angle PAE$ и $\angle FAH$?

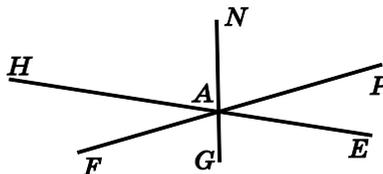


Рис. 40

Самостоятельная работа № 10 (к п. 3.2).

Равенство углов. Свойство равных углов

Вариант 1

1. На рисунке 41 $AB = CD$. Проведите четыре луча так, чтобы получилась пара равных углов. Докажите их равенство.

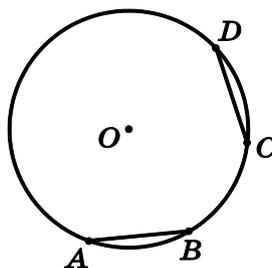


Рис. 41

2. На рисунке 42 углы K и N равны. Постройте соответственные хорды этих углов. Сравните полученные хорды.

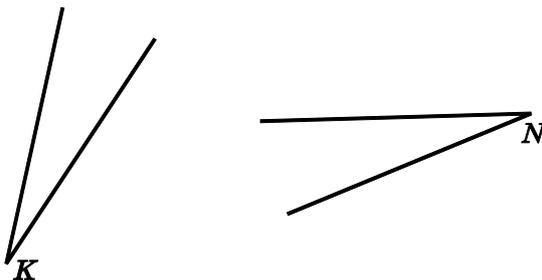


Рис. 42

3. На рисунке 43 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

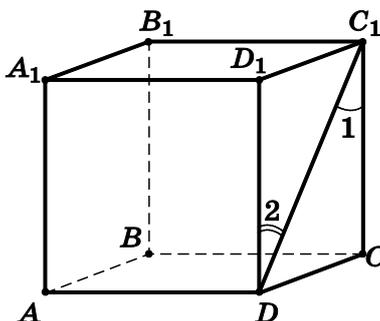


Рис. 43

Вариант 2

1. На рисунке 44 $AB = CD$. Проведите четыре луча так, чтобы получилась пара равных углов. Докажите их равенство.

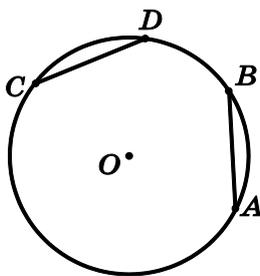


Рис. 44

2. На рисунке 45 углы P и Q равны. Постройте соответственные хорды этих углов. Сравните полученные хорды.

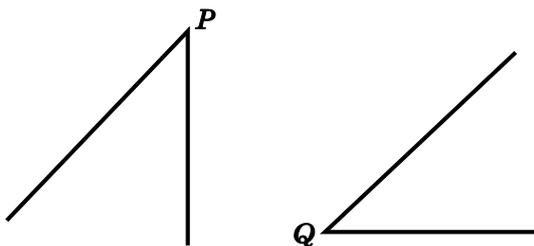


Рис. 45

3. На рисунке 46 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

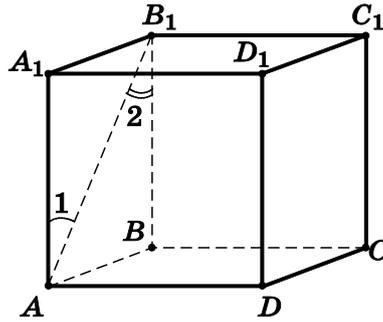


Рис. 46

Вариант 3

1. На рисунке 47 углы Q и N равны. Постройте соответственные хорды этих углов. Сравните полученные хорды.

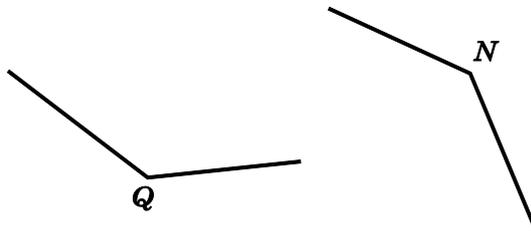


Рис. 47

2. На рисунке 48 $MP = KD$. Проведите четыре луча так, чтобы получилась пара равных углов. Докажите их равенство.

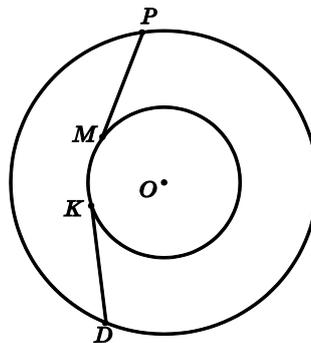


Рис. 48

3. Глядя на рисунок 49, докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

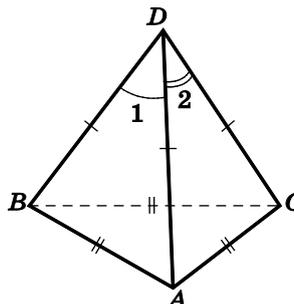


Рис. 49

Вариант 4

1. На рисунке 50 углы F и E равны. Постройте соответственные хорды этих углов. Сравните полученные хорды.

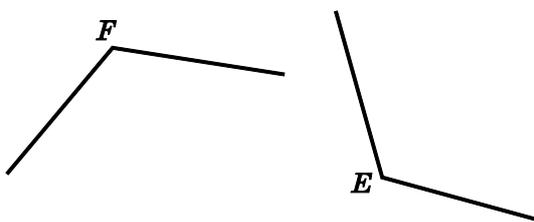


Рис. 50

2. На рисунке 51 $MP = KD$. Проведите четыре луча так, чтобы получилась пара равных углов. Докажите их равенство.

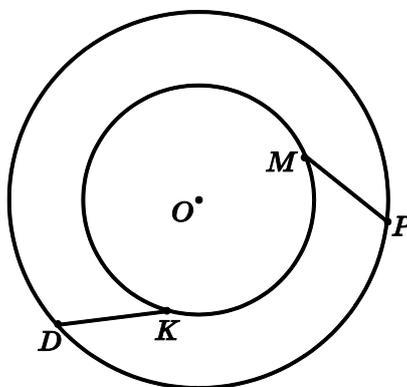


Рис. 51

3. Глядя на рисунок 52, докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

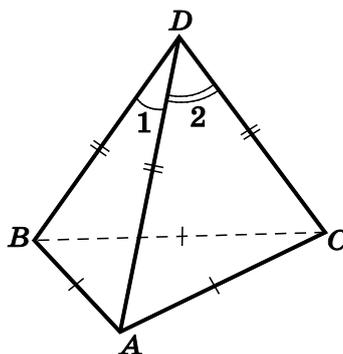


Рис. 52

Самостоятельная работа № 11 (к пп. 3.3, 3.4).

Откладывание угла. Сравнение углов. Прямой угол.

Биссектриса угла

Вариант 1

1. Нарисуйте треугольник ABC и прямую MN . На прямой возьмите точку P и отложите от луча PM угол, равный углу A треугольника ABC .
2. Нарисуйте угол AOB . Проведите луч OC так, чтобы угол AOC был меньше угла AOB , а луч OM так, чтобы угол AOM был больше угла AOB .
3. На рисунках 53 б и в проведите луч так, чтобы соответственно на одном образовался острый угол, а на другом — тупой. Закрасьте получившиеся на рисунках 53 а, б и в прямой, тупой и острый углы.

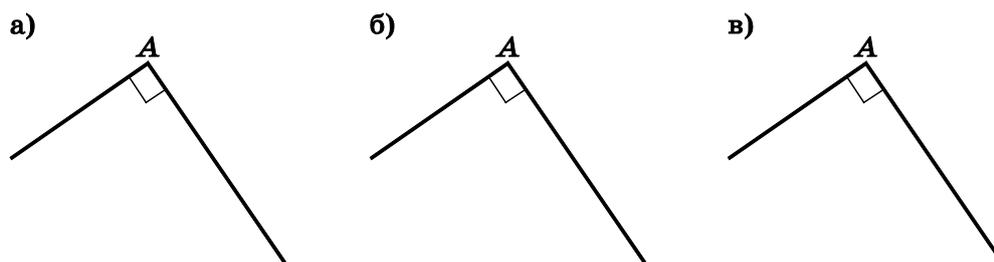


Рис. 53

4. Посмотрите на рисунок 54.

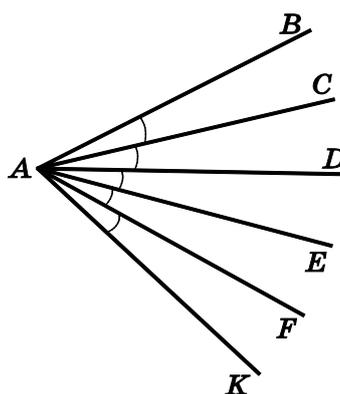


Рис. 54

- а) Запишите угол, для которого луч AF — биссектриса.
- б) Запишите все углы, для которых AE — биссектриса.
- в) Изобразите на глаз биссектрису угла KAD .

Вариант 2

1. Нарисуйте треугольник KFE и прямую AB . На прямой возьмите точку Q и отложите от луча QB угол, равный углу F треугольника KFE .
2. Нарисуйте угол MDE . Проведите луч DK так, чтобы угол MDK был меньше угла MDE , а луч DP так, чтобы угол MDP был больше угла MDE .

3. На рисунках 55, б и в проведите луч так, чтобы соответственно на одном образовался тупой угол, а на другом — острый. Закрасьте прямой, тупой и острый углы на рисунках 55, а, б и в.

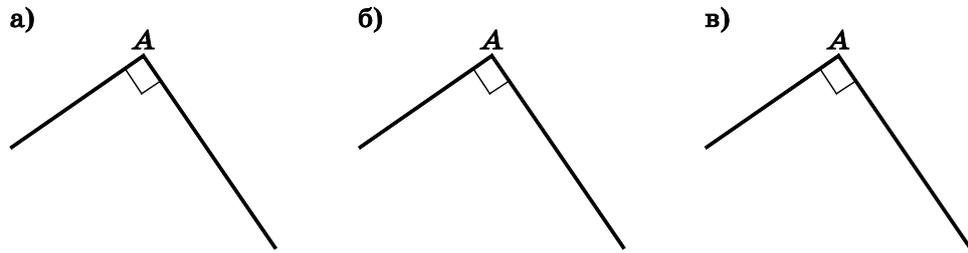


Рис. 55

4. Посмотрите на рисунок 56.

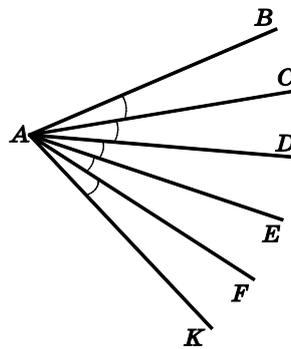


Рис. 56

- Запишите угол, для которого луч AC — биссектриса.
- Запишите все углы, для которых AD — биссектриса.
- Изобразите на глаз биссектрису угла CAF .

Вариант 3

- Нарисуйте треугольник MPD и прямую AB . На прямой возьмите точку F и на луче FA постройте угол AFG , равный половине угла D треугольника MPD .
- Нарисуйте угол ABC . Проведите луч BK так, чтобы угол ABK был меньше угла ABC , а луч BP так, чтобы угол ABP был больше угла ABC .
- Посмотрите на рисунок 57.

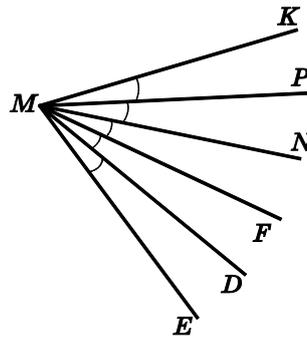


Рис. 57

- а) Запишите угол, для которого луч MD — биссектриса.
 - б) Запишите все углы, для которых MN — биссектриса.
 - в) Изобразите на глаз биссектрису угла PMD . Будет ли она являться биссектрисой ещё каких-то углов?
4. На рисунке 58 угол MLN прямой. Постройте в плоскости MLN луч LF так, чтобы угол MLF был острым, а луч LD так, чтобы угол MLD был тупым. Каким будет угол NLF ?

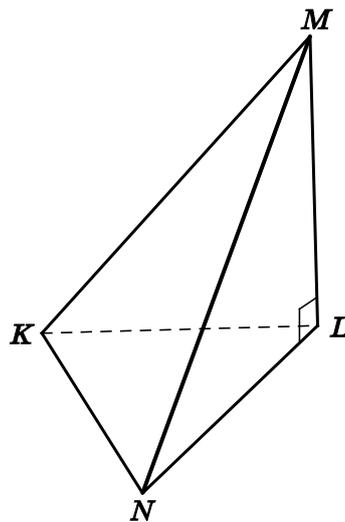


Рис. 58

Вариант 4

1. Нарисуйте треугольник QMS и прямую CA . На прямой возьмите точку E и на луче EC постройте угол CEG , равный половине угла M треугольника QMS .
2. Нарисуйте угол DCB . Проведите луч CK так, чтобы угол DCK был меньше угла DCB , а луч CP так, чтобы угол DCP был больше угла DCB .
3. Посмотрите на рисунок 59.

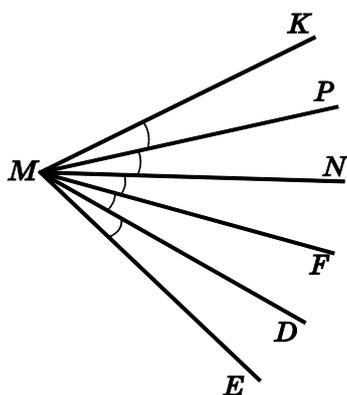


Рис. 59

- а) Запишите угол, для которого луч MP — биссектриса.
 - б) Запишите все углы, для которых MF — биссектриса.
 - в) Изобразите на глаз биссектрису угла DMP . Будет ли она являться биссектрисой ещё каких-то углов?
4. На рисунке 60 угол MLN прямой. Постройте в плоскости MLN луч LK так, чтобы угол NLK был острым, а луч LE так, чтобы угол NLE был тупым. Каким будет угол MLK ?

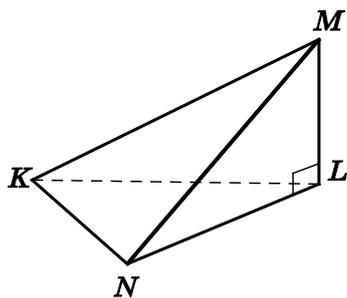


Рис. 60

Самостоятельная работа № 12 (к п. 3.5).

Биссектриса угла. Построение прямого угла

Вариант 1

1. Изобразите острый, тупой и развёрнутый углы. Биссектрису острого угла постройте на глаз, а биссектрисы тупого и развёрнутого углов — при помощи циркуля и линейки. Запишите и отметьте на каждом рисунке равные углы.
2. На рисунке 61 постройте угол DBM , если известно, что луч BC — его биссектриса.

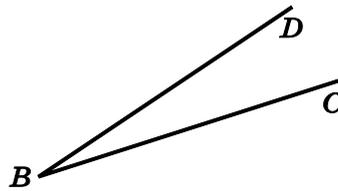


Рис. 61

3. На рисунке 62 а, б и в изобразите прямой угол BAC . На рисунке а изобразите прямой угол «на глаз»; на рисунке б — с помощью чертёжного угольника, на рисунке в — с помощью циркуля и линейки.

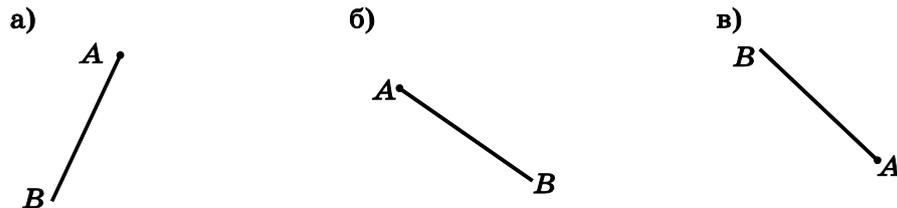


Рис. 62

Вариант 2

- Изобразите острый, тупой и развёрнутый углы. Биссектрису острого угла постройте на глаз, а биссектрисы тупого и развёрнутого углов — при помощи циркуля и линейки. Запишите и отметьте на каждом рисунке равные углы.
- На рисунке 63 постройте угол MPQ , если известно, что луч PF — его биссектриса.

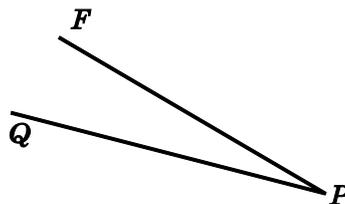


Рис. 63

3. На рисунке 64 а, б и в изобразите прямой угол BCA . На рисунке а изобразите прямой угол на глаз; на рисунке б — с помощью чертёжного угольника, на рисунке в — с помощью циркуля и линейки.

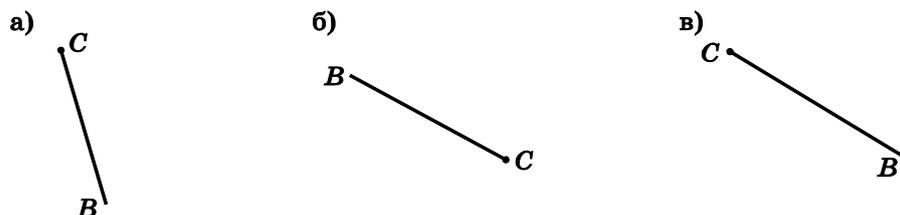


Рис. 64

Вариант 3

1. Постройте тупой угол. Проведите в нём биссектрису на глаз. Продлите одну из сторон тупого угла до прямой. Какой новый угол при этом получился — острый, прямой или тупой? Постройте биссектрису получившегося угла при помощи циркуля и линейки. Каким получился угол между биссектрисами?
2. Постройте произвольный острый угол BDE . Постройте угол CDE , если известно, что луч BD — его биссектриса.
3. Постройте луч (не по линиям клеток) и от него постройте прямой угол при помощи чертёжного угольника. Постройте второй луч и от него постройте прямой угол при помощи циркуля и линейки. Постройте третий луч и от него постройте прямой угол на глаз по линейке.

Вариант 4

1. Постройте острый угол. Проведите в нём биссектрису на глаз. Продлите одну из сторон острого угла до прямой. Какой новый угол при этом получился — острый, прямой или тупой? Постройте биссектрису получившегося угла при помощи циркуля и линейки. Каким получился угол между биссектрисами?
2. Постройте произвольный острый угол BDE . Постройте угол CDE , если известно, что луч BD — его биссектриса.
3. Постройте луч (не по линиям клеток) и от него постройте прямой угол при помощи циркуля и линейки. Постройте второй луч и от него постройте прямой угол при помощи чертёжного угольника. Постройте третий луч и от него постройте прямой угол на глаз по линейке.

Самостоятельная работа № 13 (к п. 3.6).

Вертикальные углы. Перпендикулярные прямые

Вариант 1

1. Начертите две пересекающиеся прямые. Обозначьте номерами 1, 2, 3 и 4 четыре получившихся неразвёрнутых угла. Назовите все пары смежных и все пары вертикальных углов.
2. На рисунке 65 а изобразите угол, смежный с углом ABC , а на рисунке 65 б — угол, вертикальный углу ABC . Закрасьте дорисованный угол цветным карандашом.

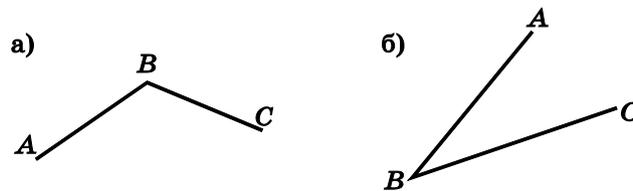


Рис. 65

3. Для выпуклого угла mn запишите смежный ему угол, а для выпуклого угла ac — вертикальный ему (рис. 66). Если подходящих углов несколько, запишите все.

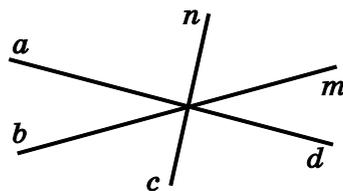


Рис. 66

4. На рисунке 67 изображён куб. Запишите прямые, перпендикулярные прямой DD_1 , на которых лежат рёбра куба.

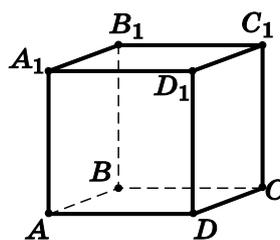


Рис. 67

5. Рассмотрите рисунки 68 а и б. Можно ли на изображении в каждом случае найти вертикальные углы?

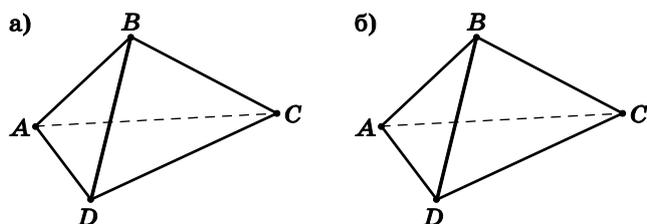


Рис. 68

Вариант 2

1. Начертите две пересекающиеся прямые. Обозначьте буквами α , β , γ и φ четыре получившихся неразвёрнутых угла. Запишите все пары смежных и все пары вертикальных углов.
2. На рисунке 69 а изобразите угол, вертикальный углу ABC , а на рисунке 69 б — угол, смежный с углом ABC . Закрасьте дорисованный угол цветным карандашом.

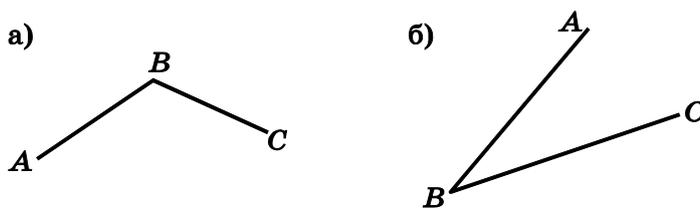


Рис. 69

3. Для выпуклого угла cd назовите смежный угол, а для выпуклого угла bn — вертикальный ему (рис. 70). Если подходящих углов несколько, назовите все.

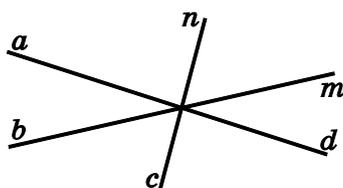


Рис. 70

4. На рисунке 71 изображён куб. Запишите прямые, перпендикулярные прямой CC_1 , на которых лежат рёбра куба.

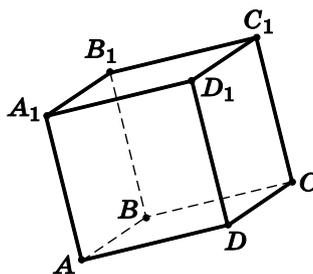


Рис. 71

5. Рассмотрите рисунок 72 а и б. Можно ли на изображении в каждом случае найти вертикальные углы?

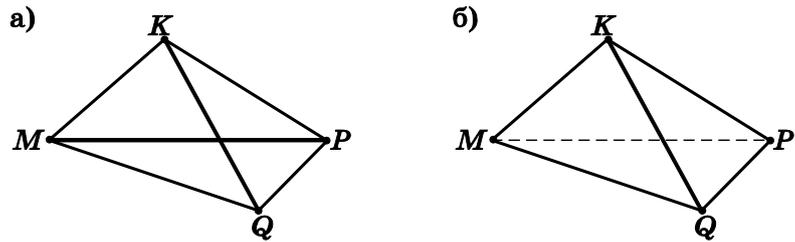


Рис. 72

Вариант 3

1. Начертите две пересекающиеся прямые. Обозначьте буквами α , β , γ и ϕ четыре получившихся неразвёрнутых угла. Запишите все пары смежных и все пары вертикальных углов.
2. На рисунке 73 а изобразите угол, вертикальный углу ABC , а на рисунке 73 б — угол, смежный с углом ABC . Закрасьте дорисованный угол цветным карандашом.

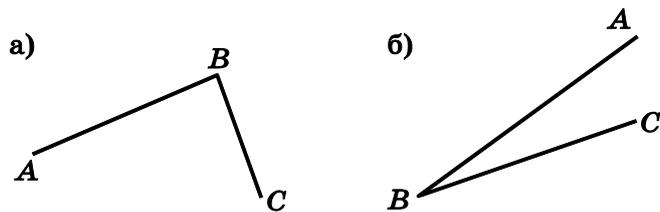


Рис. 73

3. На изображении пирамиды (рис. 75) постройте угол, вертикальный углу DAC , угол, смежный с углом DBA .

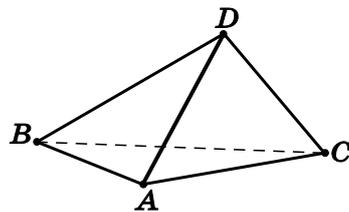


Рис. 75

4. Для выпуклого угла md запишите смежный угол, а для выпуклого угла db — вертикальный ему (рис. 74). Если подходящих углов несколько, запишите все.

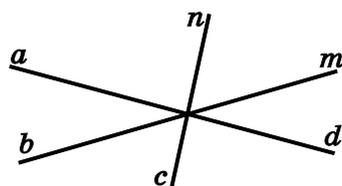


Рис. 74

5. На рисунке 76 изображён куб. Запишите прямые, перпендикулярные прямой AB , на которых лежат рёбра куба.

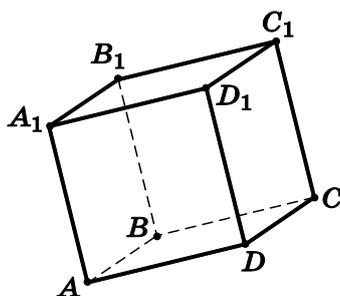


Рис. 76

Вариант 4

1. Начертите две пересекающиеся прямые. Обозначьте цифрами 1, 2, 3 и 4 четыре получившихся неразвёрнутых угла. Запишите все пары смежных и все пары вертикальных углов.
2. На рисунке 77 а изобразите угол, смежный с углом ABC , а на рисунке 77 б — угол, вертикальный углу ABC . Закрасьте дорисованный угол цветным карандашом.

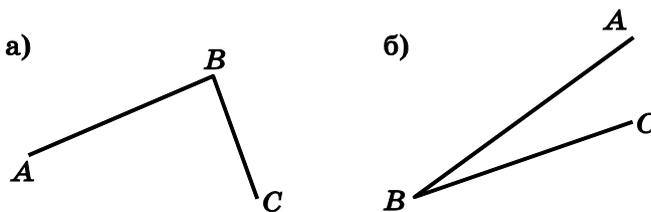


Рис. 77

3. На изображении пирамиды (рис. 79) постройте угол, вертикальный углу DAB , угол, смежный с углом DCA .

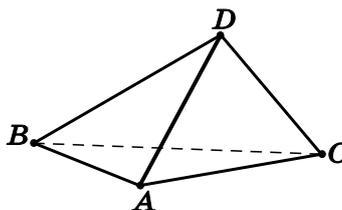


Рис. 79

4. Для выпуклого угла bc запишите вертикальный угол, а для выпуклого угла dn — смежный с ним (рис. 78). Если подходящих углов несколько, запишите все.

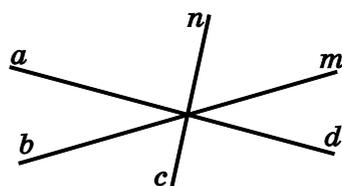


Рис. 78

5. На рисунке 80 изображён куб. Запишите прямые, перпендикулярные прямой C_1D_1 , на которых лежат рёбра куба.

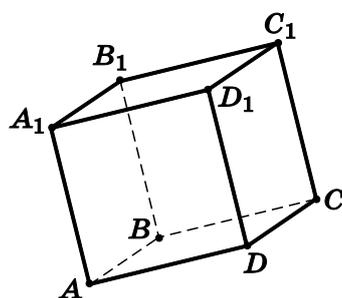


Рис. 80

Самостоятельная работа № 14 (к п. 3.7).

Действия с углами

Вариант 1

1. Глядя на рисунок 81, заполните пропуски в записи:

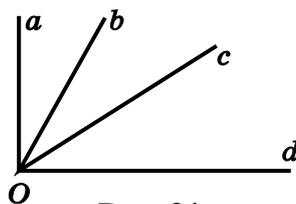


Рис. 81

- а) $\angle ac = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$;
 б) $\angle bd = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$;
 в) $\angle ad = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$.
2. Закрасьте цветным карандашом один из углов, образованных соседними лучами (рис. 82). Запишите, разностью каких углов он является.

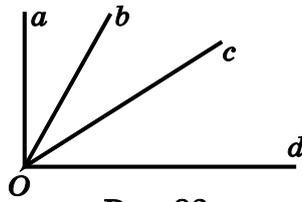


Рис. 82

$$\angle ab = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}} - \angle \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}} - \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. На рисунке 83 изображены пять равных углов. Пусть $\angle ab = \alpha$. Сравните некоторые полученные углы с углом α . Заполните пустые места числами в записи:

а) $\angle ab = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$;

б) $\angle be = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$;

в) $\angle mb = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$;

г) $\angle am = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$;

д) $\angle cm = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$;

е) $\angle bm = \underline{\hspace{1cm}} \alpha$.

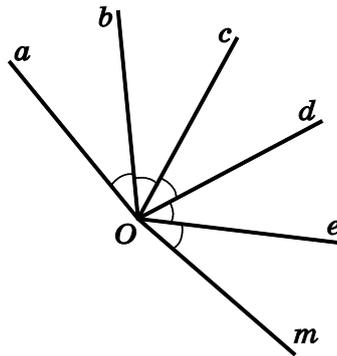


Рис. 83

4. Используя рисунок предыдущей задачи, выразите указанные углы через $\angle ac$, обозначив его буквой β . Заполните пустые места числами в записи:

а) $\angle ab = \underline{\hspace{1cm}} \beta$;

б) $\angle ac = \underline{\hspace{1cm}} \beta$;

в) $\angle ad = \underline{\hspace{1cm}} \beta$;

г) $\angle mb = \underline{\hspace{1cm}} \beta$;

д) $\angle am = \underline{\hspace{1cm}} \beta$;

е) $\angle dm = \underline{\hspace{1cm}} \beta$.

5. Сначала был построен угол bc . Затем, проведя луч Oa , получили угол ab (рис. 84).

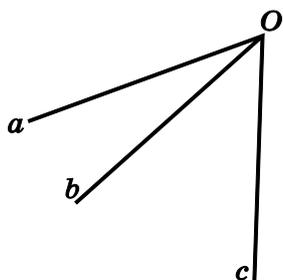


Рис. 84

Отложите от луча Oc угол cd , равный углу ab , так, чтобы луч Od был по другую сторону от луча Oc , чем луч Ob . Найдите на рисунке ещё одну пару углов, равных между собой. Докажите их равенство, используя следующую запись:

$$\angle ab = \angle cd \text{ (по построению);}$$

$$\text{след., } \angle ab + \angle ______ = \angle cd + \angle ______,$$

$$\text{т. е. } \angle ______ = \angle ______.$$

6. Какие из высказываний верные, а какие нет, запишите:

1) глядя на рисунок 85:

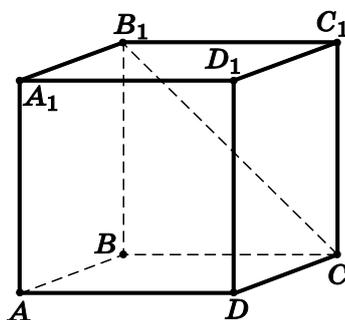


Рис. 85

а) $\angle BB_1C_1 = \angle BB_1C + \angle CB_1C_1$ _____ ;

б) $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_1B_1C + \angle CB_1C_1$ _____ ;

в) $\angle C_1CB_1 = \angle BCC_1 - \angle BCB_1$ _____ ;

г) $\angle C_1CB_1 = \angle C_1CD - \angle B_1CD$ _____ ;

2) глядя на рисунок 86:

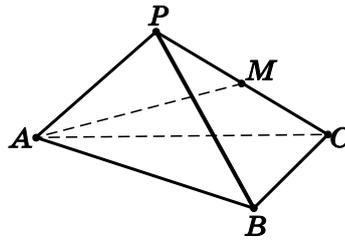


Рис. 86

- а) $\angle PAC + \angle CAB = \angle PAB$ _____ ;
 б) $\angle MAC = \angle PAC - \angle MAP$ _____ .

Вариант 2

1. Глядя на рисунок 87, заполните пропуски в записи:

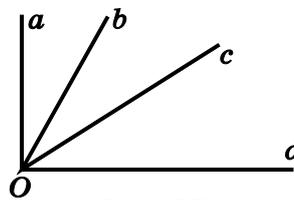


Рис. 87

- а) $\angle ab = \angle$ _____ $- \angle$ _____ ;
 б) $\angle bd = \angle$ _____ $- \angle$ _____ ;
 в) $\angle cd = \angle$ _____ $- \angle$ _____ .

2. Закрасьте цветным карандашом один из углов, не образованных соседними лучами (рис. 88). Запишите, суммой каких углов он является.

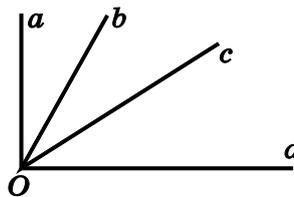


Рис. 88

- $\angle ac = \angle$ _____ $+ \angle$ _____ ;
 \angle _____ $= \angle$ _____ $+ \angle$ _____ ;
 \angle _____ $= \angle$ _____ $+ \angle$ _____ .

3. На рисунке 89 изображены пять равных углов. Пусть $\angle cb = \beta$. Сравните некоторые полученные углы с углом β . Заполните пустые места числами в записи:

- а) $\angle ab =$ _____ β ; б) $\angle ta =$ _____ β ;
 в) $\angle tc =$ _____ β ; г) $\angle be =$ _____ β ;

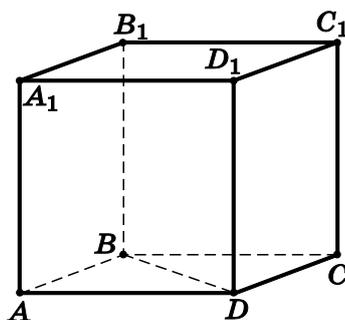


Рис. 91

а) $\angle B_1BD = \angle B_1BC + \angle CBD$ _____ ;

б) $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$ _____ ;

в) $\angle CBD = \angle B_1BD - \angle B_1BC$ _____ ;

г) $\angle DBA = \angle CBA - \angle CBD$ _____ ;

2) глядя на рисунок 92:

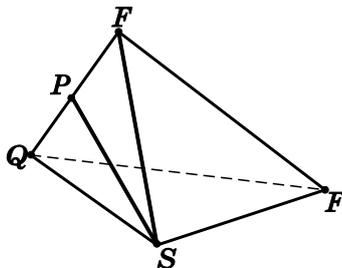


Рис. 92

а) $\angle PSE + \angle SEF = \angle PSF$ _____ ;

б) $\angle QPS = \angle QPE - \angle EPS$ _____ .

Вариант 3

1. Глядя на рисунок 93, заполните пропуски в записи:

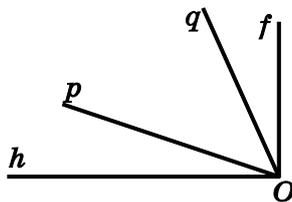


Рис. 93

а) $\angle pf = \angle$ _____ $+$ \angle _____ ;

б) $\angle hq = \angle$ _____ $+$ \angle _____ ;

в) $\angle fh = \angle$ _____ $+$ \angle _____ .

2. Закрасьте цветным карандашом один из углов, образованных соседними лучами (рис. 94). Запишите, разностью каких углов он является.

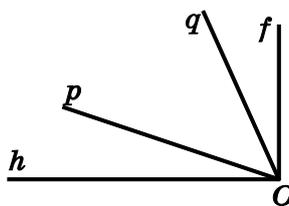


Рис. 94

$$\begin{aligned} \angle pq &= \angle \text{_____} - \angle \text{_____}; \\ \angle \text{_____} &= \angle \text{_____} - \angle \text{_____}; \\ \angle \text{_____} &= \angle \text{_____} - \angle \text{_____}. \end{aligned}$$

3. На рисунке 95 изображены пять равных углов. Пусть $\angle bd = \alpha$. Сравните некоторые полученные углы с углом α . Заполните пустые места числами в записи:

- | | |
|--|--|
| а) $\angle ab = \text{_____} \alpha$; | б) $\angle be = \text{_____} \alpha$; |
| в) $\angle mb = \text{_____} \alpha$; | г) $\angle am = \text{_____} \alpha$; |
| д) $\angle cm = \text{_____} \alpha$; | е) $\angle bm = \text{_____} \alpha$. |

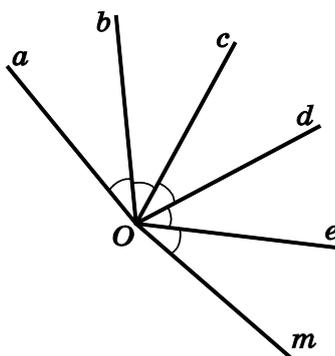


Рис. 95

4. Используя рисунок предыдущей задачи, выразите указанные углы через $\angle ad$, обозначив его буквой β . Заполните пустые места числами в записи:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| а) $\angle ab = \text{_____} \beta$; | б) $\angle ac = \text{_____} \beta$; |
| в) $\angle be = \text{_____} \beta$; | г) $\angle mb = \text{_____} \beta$; |
| д) $\angle am = \text{_____} \beta$; | е) $\angle dm = \text{_____} \beta$. |

5. Сначала был построен угол kp . Затем, проведя луч Om , получили угол km (рис. 96).

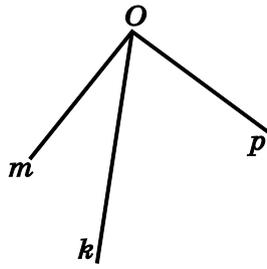


Рис. 96

Отложите от луча Om угол md , равный углу kp , так, чтобы луч Od был по другую сторону от луча Om , чем луч Ok . Найдите на рисунке ещё одну пару углов, равных между собой. Докажите их равенство, используя следующую запись:

$$\angle dm = \angle kp \text{ (по построению);}$$

$$\text{след., } \angle dm + \angle \text{_____} = \angle kp + \angle \text{_____},$$

$$\text{т. е. } \angle \text{_____} = \angle \text{_____}.$$

6. Какие из высказываний верные, а какие нет, запишите:

1) глядя на рисунок 97:

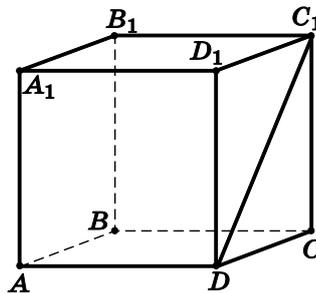


Рис.97

а) $\angle DC_1B_1 = \angle B_1C_1D_1 + \angle D_1C_1D$ _____ ;

б) $\angle D_1C_1C = \angle D_1C_1D + \angle DC_1C$ _____ ;

в) $\angle ADD_1 = \angle ADC_1 - \angle D_1DC_1$ _____ ;

г) $\angle C_1DC = \angle D_1DC - \angle C_1DD_1$ _____ ;

2) глядя на рисунок 98:

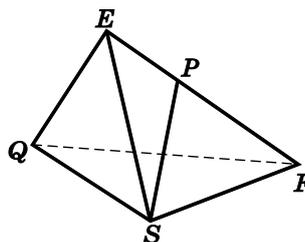


Рис. 98

а) $\angle PES + \angle QES = \angle PEQ$ _____ ;

б) $\angle ESP = \angle FSE - \angle ESP$ _____ .

Вариант 4

1. Глядя на рисунок 99, заполните пропуски в записи:

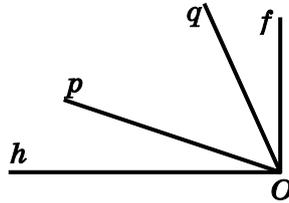


Рис. 99

а) $\angle pf = \angle$ _____ $- \angle$ _____ ;

б) $\angle hq = \angle$ _____ $- \angle$ _____ ;

в) $\angle fh = \angle$ _____ $- \angle$ _____ .

2. Закрасьте цветным карандашом один из углов, не образованных соседними лучами (рис. 100).

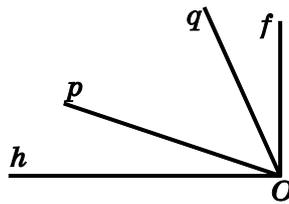


Рис. 100

Запишите, суммой каких углов он является.

$\angle pf = \angle$ _____ $+ \angle$ _____ ;

\angle _____ $= \angle$ _____ $+ \angle$ _____ ;

\angle _____ $= \angle$ _____ $+ \angle$ _____ .

3. На рисунке изображены пять равных углов (рис. 101).

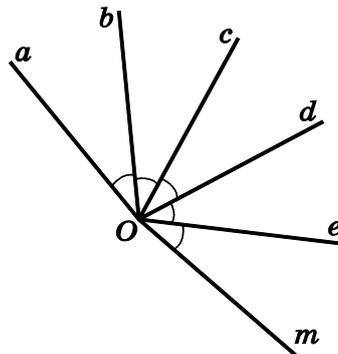


Рис. 101

Пусть $\angle ce = ___\beta$. Сравните некоторые полученные углы с углом β .

Заполните пустые места числами в записи:

а) $\angle ab = ___\beta$;

б) $\angle be = ___\beta$;

в) $\angle mb = ___\beta$;

г) $\angle am = ___\beta$;

д) $\angle cm = ___\beta$;

е) $\angle bm = ___\beta$.

4. Используя рисунок предыдущей задачи, выразите указанные углы через $\angle cm$, обозначив его буквой α . Заполните пустые места числами в записи:

а) $\angle ab = ___\alpha$;

б) $\angle ac = ___\alpha$;

в) $\angle ad = ___\alpha$;

г) $\angle mb = ___\alpha$;

д) $\angle am = ___\alpha$;

е) $\angle dm = ___\alpha$.

5. Сначала был построен угол kp . Затем, проведя луч Om , получили угол km (рис. 102).

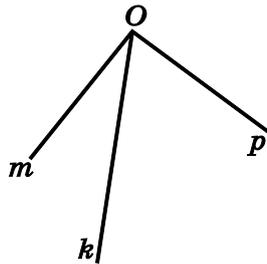


Рис.102

Отложите от луча Op угол pd , равный углу km , так, чтобы луч Od был по другую сторону от луча Op , чем луч Ok . Найдите на рисунке ещё одну пару углов, равных между собой. Докажите их равенство, используя следующую запись:

$$\angle pd = \angle km \text{ (по построению);}$$

$$\text{след., } \angle pd + \angle ______ = \angle km + \angle ______,$$

$$\text{т. е. } \angle ______ = \angle ______ .$$

6. Какие из высказываний верные, а какие нет, запишите:

1) глядя на рисунок 103:

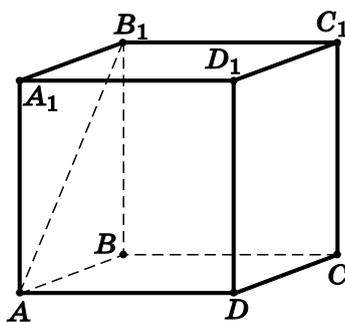


Рис. 103

- а) $\angle A_1AB = \angle B_1AA_1 + \angle BAB_1$ _____ ;
 б) $\angle B_1AD = \angle B_1AB + \angle BAD$ _____ ;
 в) $\angle AB_1B = \angle AB_1C_1 - \angle BB_1C_1$ _____ ;
 г) $\angle B_1AB = \angle A_1AB - \angle B_1AA_1$ _____ ;
- 2) глядя на рисунок 104:

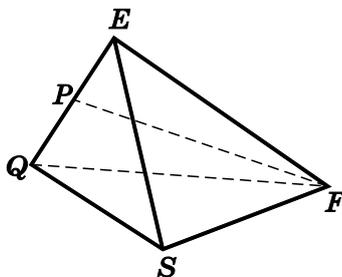


Рис. 104

- а) $\angle SQF + \angle FQP = \angle SQP$ _____ ;
 б) $\angle EPF = \angle QPE - \angle FPQ$ _____ .

Самостоятельная работа № 15 (к п. 3.8).

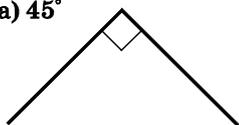
Измерение углов

Вариант 1

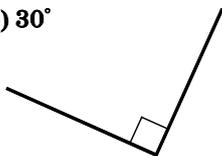
1. Используя прямые углы, данные на рисунке 105, изобразите на глаз углы, градусная мера которых составляет:

Закрасьте каждый из этих углов.

а) 45°



б) 30°



в) 60°



г) 120°

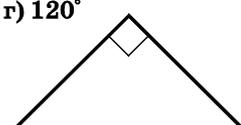


Рис. 105

2. Посмотрите на рисунок 106. Определите на глаз градусные меры углов AOB ; AOD ; BOC ; FOE ; BOE ; FOB ; FOC .

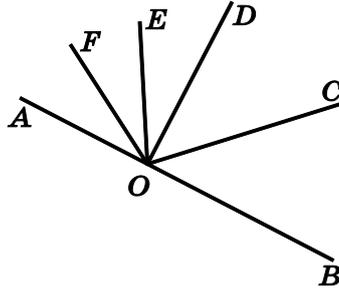


Рис. 106

3. На рисунке 107 изображён куб. Чему равна градусная мера углов: $A_1B_1C_1$; BAD ?

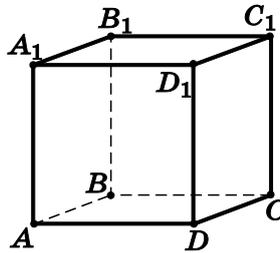


Рис. 107

Вариант 2

1. Используя прямые углы, данные на рисунке 108, изобразите на глаз углы, градусная мера которых составляет:
Закрасьте каждый из этих углов.

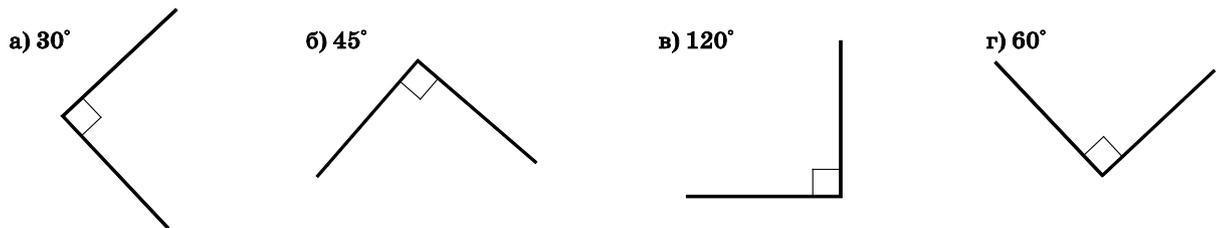


Рис. 108

2. Посмотрите на рисунок 109. Определите на глаз градусные меры углов: COB ; BOE ; FOE ; EOD ; BOA ; AOF ; FOD .

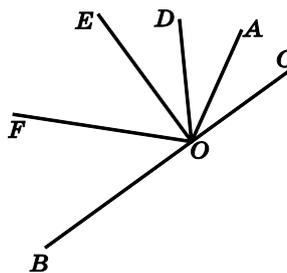


Рис. 109

3. На рисунке 110 изображён куб. Чему равна градусная мера углов: $A_1D_1C_1$; DCB ?

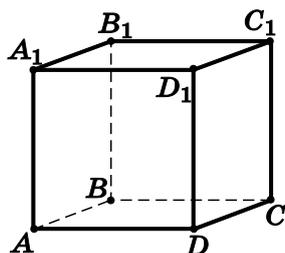


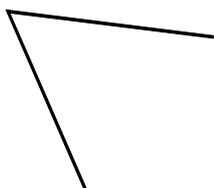
Рис. 110

Вариант 3

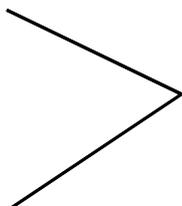
1. Используя углы по 60° , данные на рисунке 111, изобразите на глаз углы, градусная мера которых составляет:

Закрасьте каждый из этих углов.

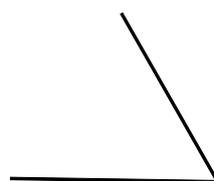
а) 45°



б) 30°



в) 60°



г) 120°

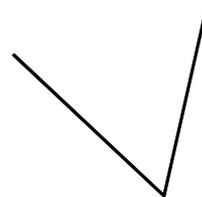


Рис. 111

2. Посмотрите на рисунок 112. Определите на глаз градусные меры углов: KOQ ; MOQ ; LOK ; QOP ; POK ; LOP ; NOL .

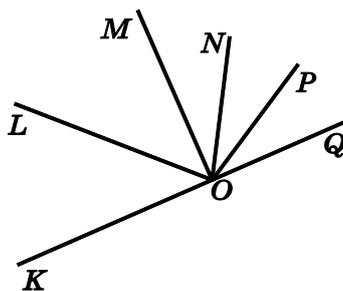


Рис. 112

3. На рисунке 113 изображён куб. Чему равна градусная мера углов: $A_1B_1C_1$; DCB ; D_1DC_1 ?

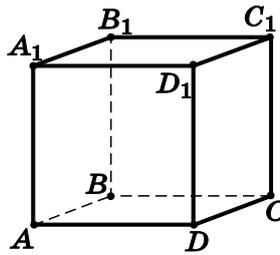


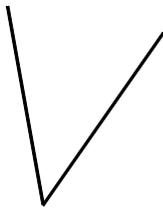
Рис. 113

Вариант 4

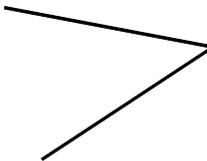
1. Используя углы по 45° , данные на рисунке 114, изобразите на глаз углы, градусная мера которых составляет:

Закрасьте каждый из этих углов.

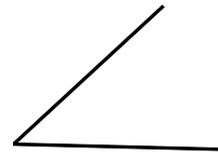
а) 30°



б) 60°



в) 135°



г) 90°

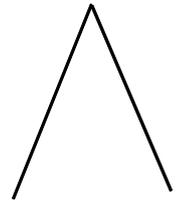


Рис. 114

2. Посмотрите на рисунок 115. Определите на глаз градусные меры углов: BOA ; DOB ; COD ; FOE ; BOF ; FOC ; EOC .

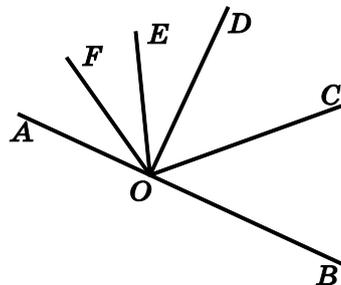


Рис. 115

3. На рисунке 116 изображён куб. Чему равна градусная мера углов: A_1AB ; DAB ; C_1CD_1 ?

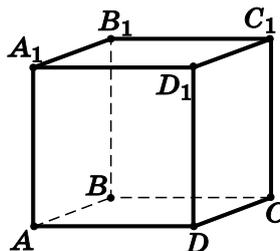


Рис. 116

Самостоятельная работа № 16 (к п. 3.8).

Измерение углов.

Вариант 1

Определите градусную меру угла x по рисунку 117.

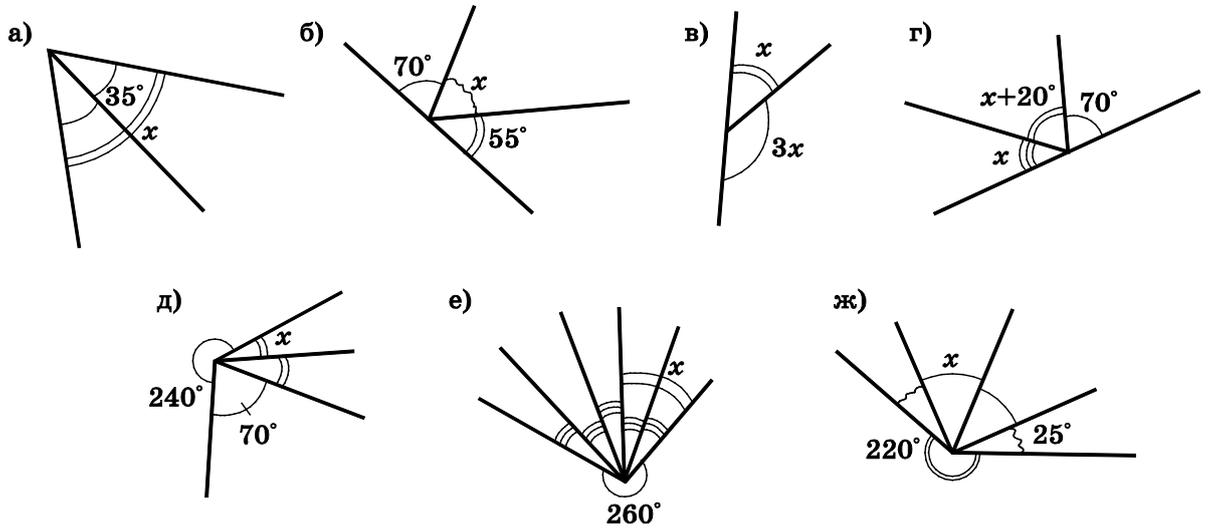


Рис. 117

Вариант 2

Определите градусную меру угла y по рисунку 118.

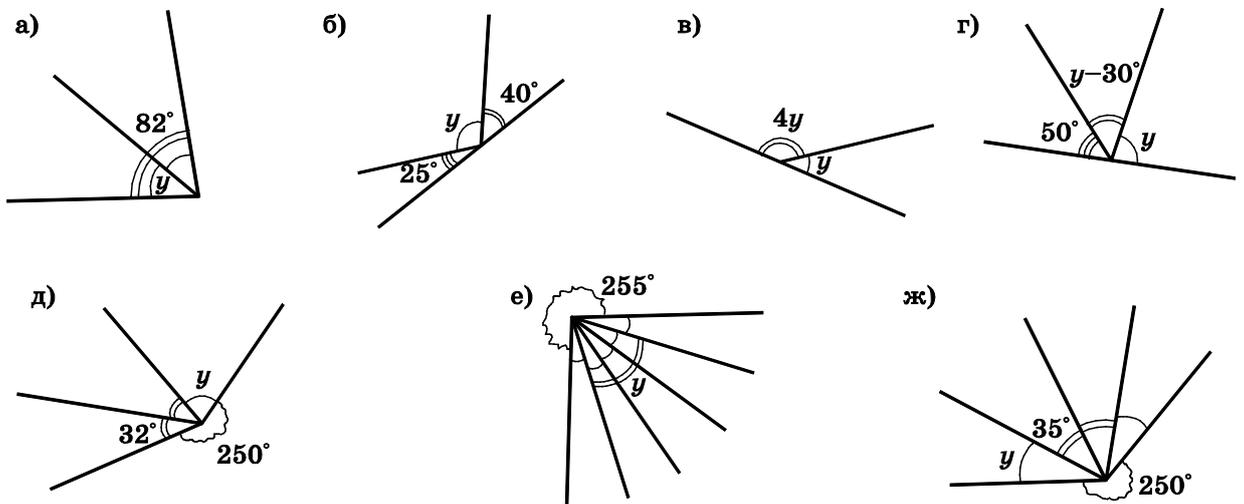


Рис. 118

Вариант 3

Определите градусную меру угла k по рисунку 119.

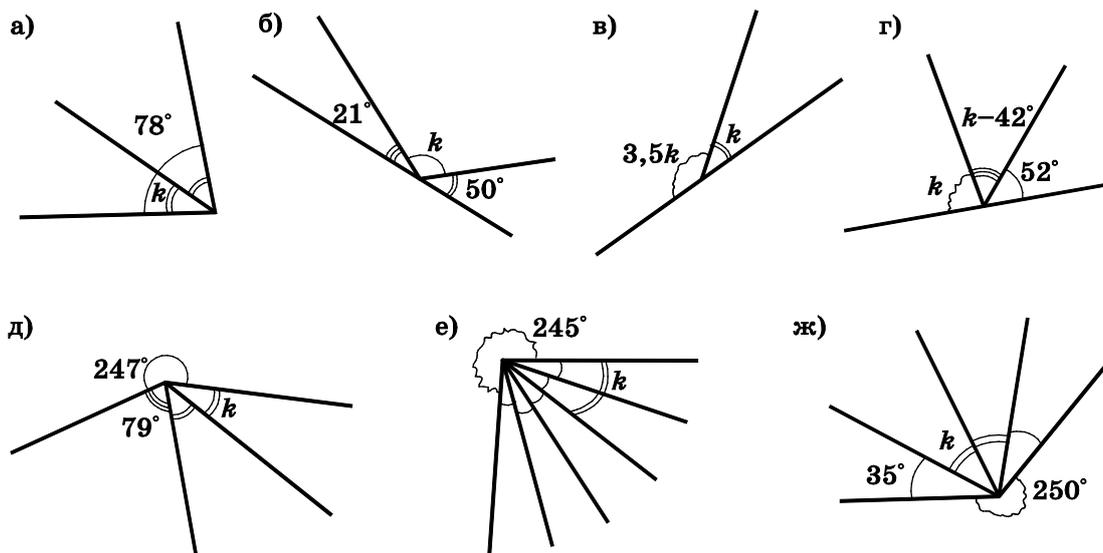


Рис. 119

Вариант 4

Определите градусную меру угла p по рисунку 120.

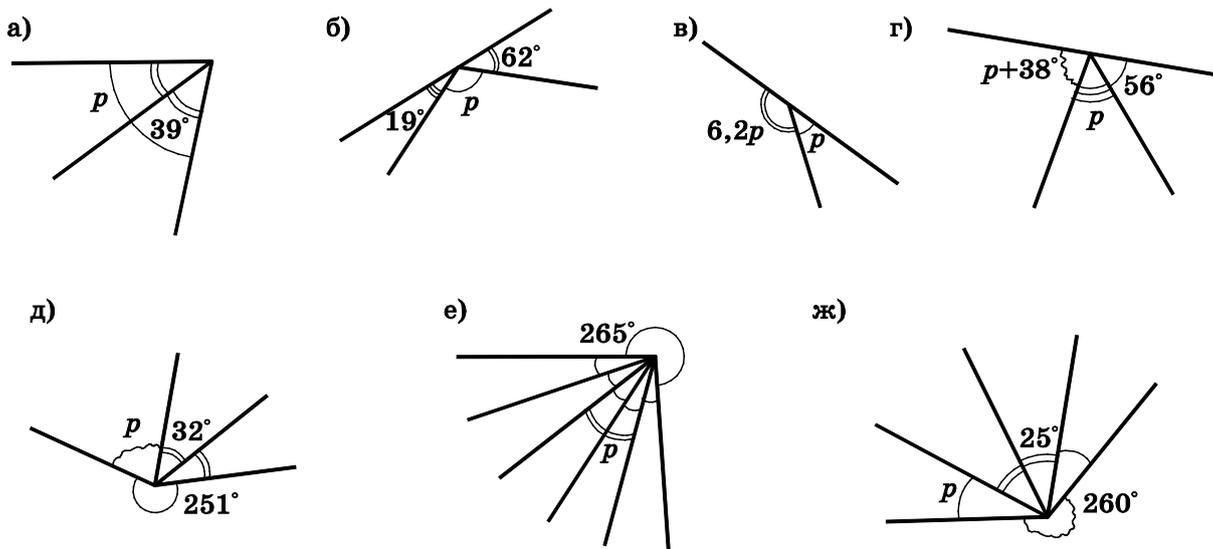


Рис. 120

Самостоятельная работа № 17 (к п. 3.9).

Двугранные углы

Вариант 1

1. На изображении куба (рис. 121) и тетраэдра (рис. 122) выделите двугранный угол:

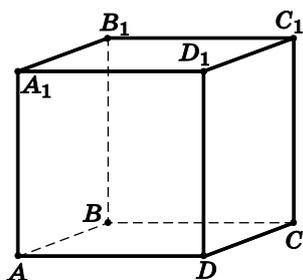


Рис. 121

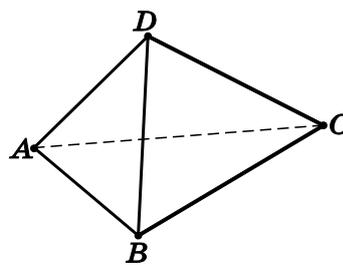


Рис. 122

а) образованный гранями AA_1B_1B и BB_1C_1C . Назовите ребро этого двугранного угла;

б) образованный гранями ABD и ABC . Назовите ребро этого двугранного угла.

2. Изобразите двугранный угол (рис. 123):

а) смежный с данным;

б) вертикальный данному.

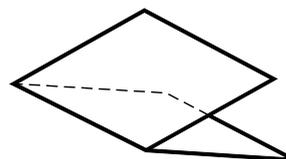
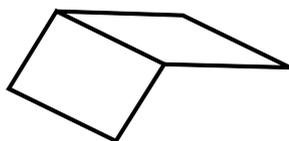


Рис. 123

3. На изображении параллелепипеда закрасьте цветным карандашом грани двугранного угла, являющегося суммой трёх двугранных углов.

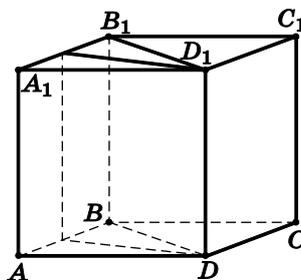


Рис. 124

Вариант 2

1. На изображении куба (рис. 125) и тетраэдра (рис. 126) выделите двугранный угол:

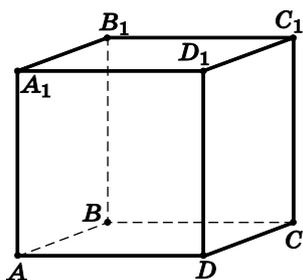


Рис. 125

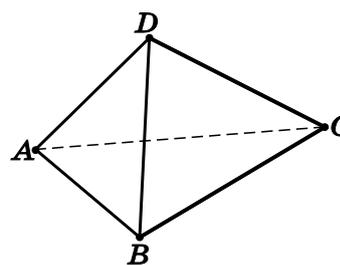


Рис. 126

- а) образованный гранями BB_1C_1C и $A_1B_1C_1D$. Назовите ребро этого двугранного угла;
- б) образованный гранями ACD и DBC . Назовите ребро этого двугранного угла.

2. Изобразите двугранный угол на рисунке 127:



Рис. 127

- а) вертикальный данному;
- б) смежный с данным.
3. На изображении параллелепипеда закрасьте цветным карандашом грани двугранного угла, являющегося суммой трёх двугранных углов.

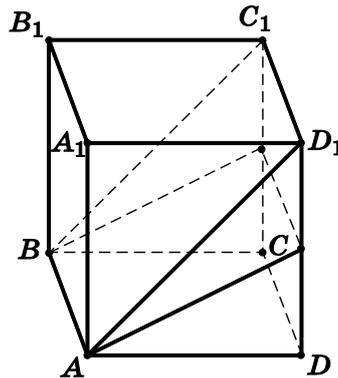


Рис. 128

Вариант 3

1. На изображении куба (рис. 129) и пирамиды (рис. 130) выделите двугранный угол:

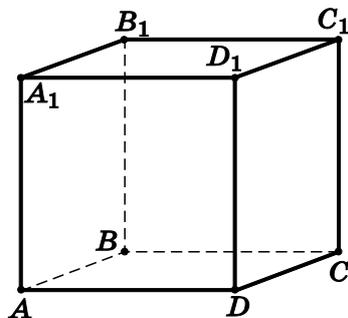


Рис. 129

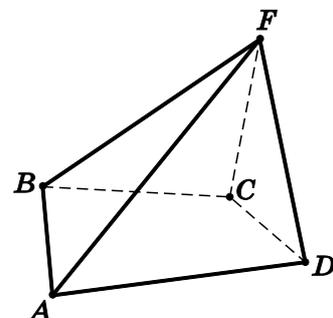


Рис. 130

- а) образованный гранями $ABCD$ и BB_1C_1C . Назовите ребро этого двугранного угла;
- б) образованный гранью ABF и основанием. Назовите ребро этого двугранного угла.

2. Изобразите двугранный угол на рисунке 131:

- а) смежный с данным; б) вертикальный данному.



Рис. 131

3. На изображении параллелепипеда закрасьте цветным карандашом грани двугранного угла, являющегося суммой двух двугранных углов, грани которых не совпадают с гранями куба. Запишите, какие плоскости являются гранями этого угла (при необходимости обозначьте все точки). Сравните полученный двугранный угол с: а) прямым двугранным углом; б) двугранным углом, величина которого 50° . Объясните сравнение.

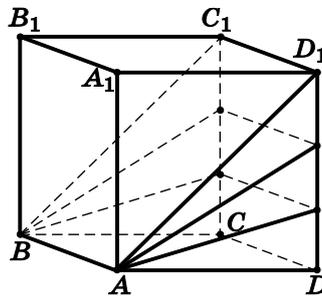


Рис. 132

Вариант 4

1. На изображении куба (рис. 133) и пирамиды (рис. 134) выделите двугранный угол:

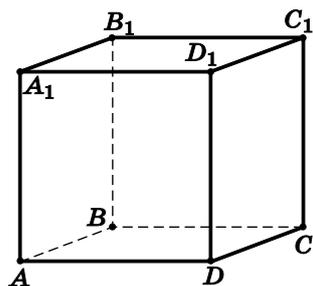


Рис. 133

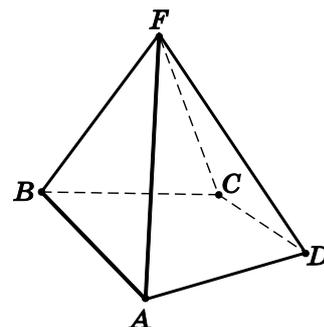


Рис. 134

- а) образованный гранями DD_1C_1C и $ABCD$. Назовите ребро этого двугранного угла;
- б) образованный основанием и гранью ADF . Назовите ребро этого двугранного угла.

2. Изобразите двугранный угол на рисунке 135:

- а) вертикальный данному; б) смежный с данным.



Рис. 135

3. На изображении параллелепипеда закрасьте цветным карандашом грани двугранного угла, являющегося суммой двух двугранных углов, грани которых не совпадают с гранями куба. Запишите, какие плоскости являются гранями этого угла (при необходимости обозначьте все точки). Сравните полученный двугранный угол с: а) прямым двугранным углом; б) двугранным углом, величина которого 60° . Объясните сравнение.

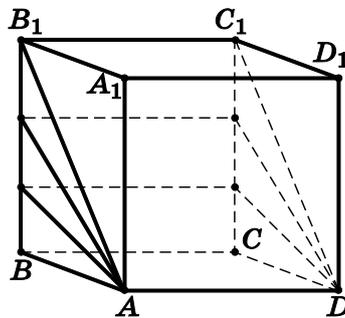


Рис. 136

Самостоятельная работа № 18 (к пп. 4.1, 4.2).

Элементы треугольника

Вариант 1

1. Изобразите треугольник AMK . Запишите:

- а) сторону, противоположную углу A ;
- б) два угла, прилежащие к стороне AM ;
- в) угол, образованный сторонами AM и MK ;

- г) угол, противолежащий стороне MK .
- Изобразите на глаз в треугольнике AMK медиану, проведённую к стороне AM . Покажите на рисунке, что это медиана.
 - Определите по рисунку 137, какой из отрезков является медианой треугольника ABC . Медианой какого треугольника является отрезок CM ?

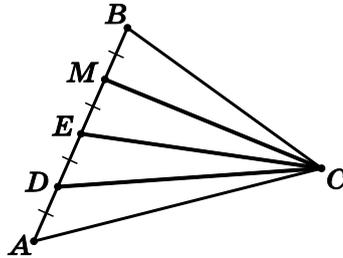


Рис. 137

- Изобразите треугольник ABC , а потом изобразите другой треугольник так, чтобы отрезок AB был его медианой.

Вариант 2

- Изобразите треугольник MQP . Запишите:
 - сторону, противолежащую углу Q ;
 - два угла, прилежащие к стороне MP ;
 - угол, образованный сторонами QM и MP ;
 - угол, противолежащий стороне MQ .
- Изобразите на глаз в треугольнике MQP медиану, проведённую к стороне QM . Покажите на рисунке, что это медиана.
- Определите по рисунку 138, какой из отрезков является медианой треугольника DAN . Медианой какого треугольника является отрезок NF ?

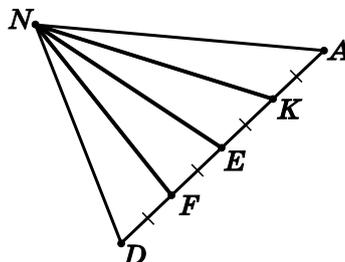


Рис. 138

- Изобразите треугольник KDF , а потом изобразите другой треугольник так, чтобы отрезок KF был его медианой.

Вариант 3

1. Изобразите треугольник MKE . Запишите:
 - а) сторону, противоположную углу M ;
 - б) два угла, прилежащие к стороне ME ;
 - в) угол, образованный сторонами MK и EK ;
 - г) угол, противоположный стороне MK .
2. Определите по рисунку 139, какой из отрезков является медианой треугольника ACE . Запишите треугольник (или треугольники), для которого (которых) отрезок CE является медианой. Запишите треугольник (или треугольники), одна из сторон которого (которых) лежит на прямой AB , причём эта сторона больше, чем DE , и в этом треугольнике не проведена медиана.

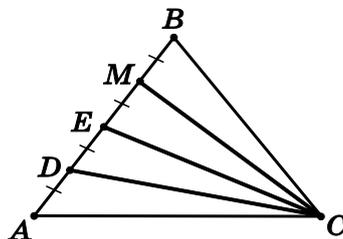


Рис. 139

3. Изобразите треугольник PQD , а потом изобразите другой треугольник так, чтобы отрезок PQ был его медианой, точка P не была вершиной, а точки Q и D были вершинами.

Вариант 4

1. Изобразите треугольник BCD . Запишите:
 - а) сторону, противоположную углу B ;
 - б) два угла, прилежащие к стороне DC ;
 - в) угол, образованный сторонами CB и DB ;
 - г) угол, противоположный стороне BD .
2. Определите по рисунку 140, какой из отрезков является медианой треугольника ANE . Запишите треугольник (или треугольники), для которого (которых) отрезок NE является медианой. Запишите треугольник (или треугольники), одна из сторон которого (которых) лежит на прямой AD , причём эта сторона больше, чем FE , и в этом треугольнике не проведена медиана.

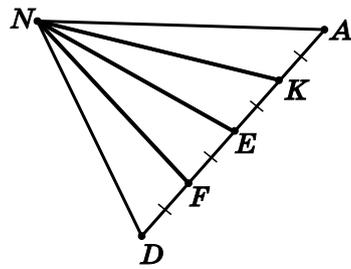


Рис. 140

3. Изобразите треугольник ABC , а потом изобразите другой треугольник так, чтобы отрезок BC был его медианой, точка C не была вершиной, а точки A и B были вершинами.

Самостоятельная работа № 19 (к п. 4.3).

Первый признак равенства треугольников

Вариант 1

1. На рисунках 141—143 соедините отрезками точки так, чтобы получились равные треугольники. Докажите, что полученные треугольники равны между собой, и укажите пары равных углов.

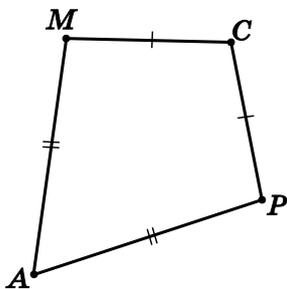


Рис. 141

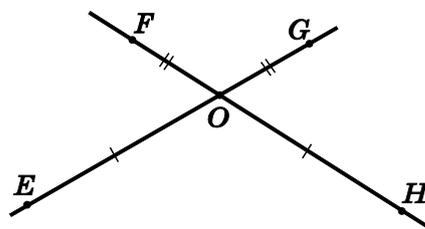


Рис. 142

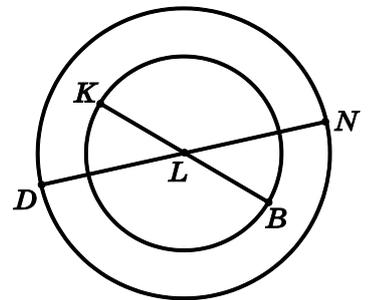


Рис. 143

2. Найдите на рисунке 144 равные треугольники. Докажите, что они равны.

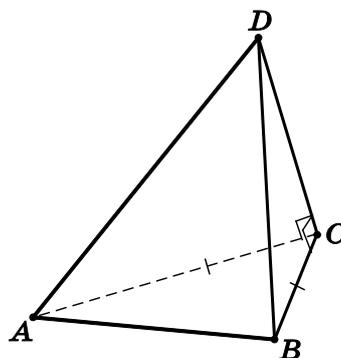


Рис. 144

Вариант 2

1. На рисунках 145—147 соедините отрезками точки так, чтобы на каждом рисунке получились равные треугольники. Докажите, что полученные треугольники равны между собой, и укажите пары равных углов.

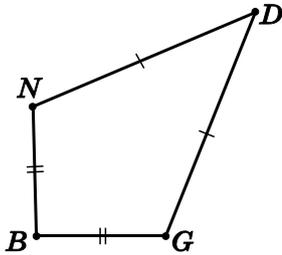


Рис. 145

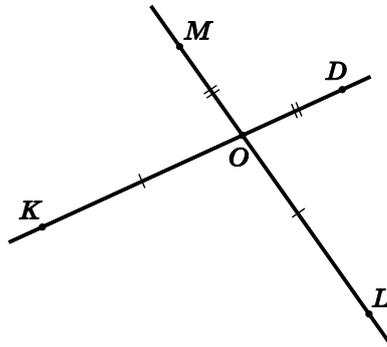


Рис. 146

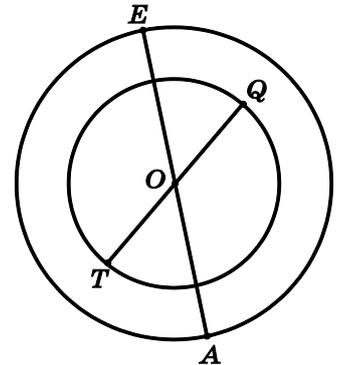


Рис. 147

2. Найдите на рисунке 148 равные треугольники. Докажите, что они равны.

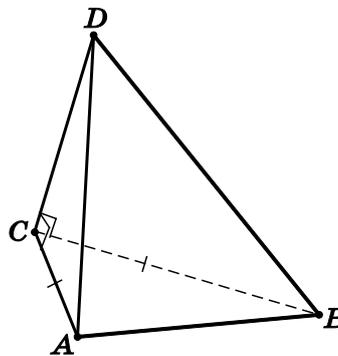


Рис. 148

Вариант 3

1. На рисунках 149—151 соедините отрезками точки так, чтобы на каждом рисунке получились равные треугольники. Докажите, что полученные треугольники равны между собой, и укажите пары равных углов.

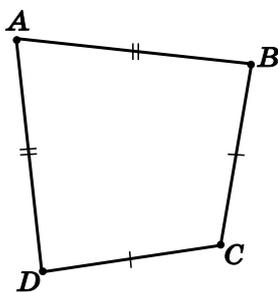


Рис. 149

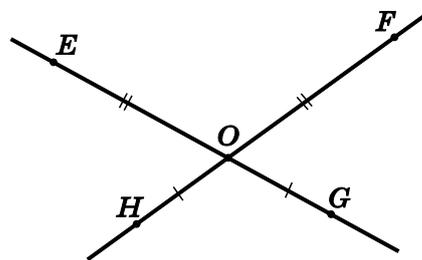


Рис. 150

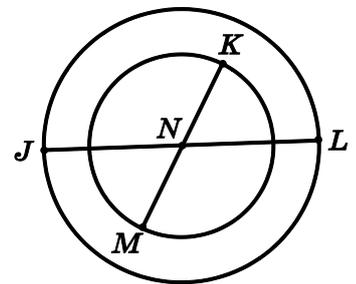


Рис. 151

2. Найдите на рисунке 152 равные треугольники. Докажите, что они равны.

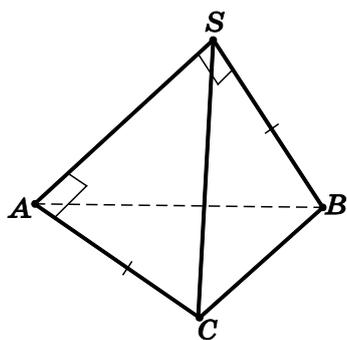


Рис. 152

Вариант 4

1. На рисунках 153—155 соедините отрезками точки так, чтобы на каждом рисунке получились равные треугольники. Докажите, что полученные треугольники равны между собой, и укажите пары равных углов.

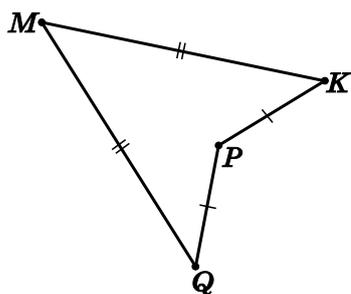


Рис. 153

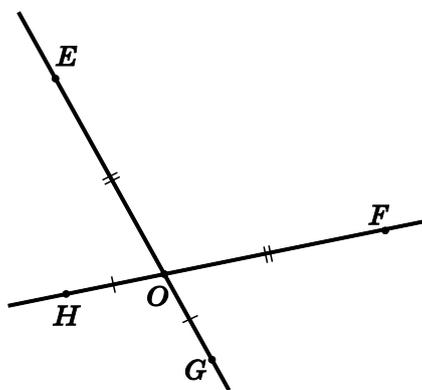


Рис. 154

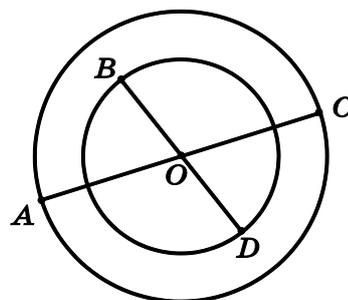


Рис. 155

2. Найдите на рисунке 156 равные треугольники. Докажите, что они равны.

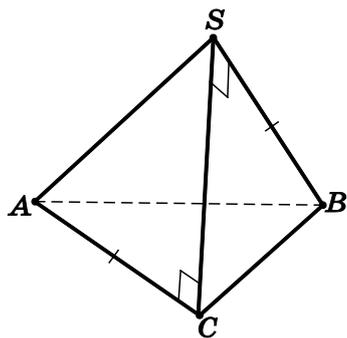


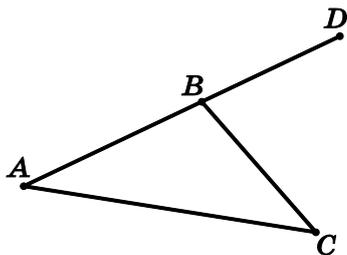
Рис. 156

Самостоятельная работа № 20 (к п. 4.5).

Теорема о внешнем угле треугольника. Классификация треугольников

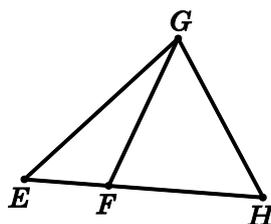
Вариант 1

1. Сравните указанные углы на рисунках 157—159.



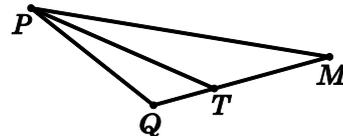
$\angle ACB$ и $\angle DBC$

Рис. 157



$\angle EFG$ и $\angle FGH$

Рис. 158



$\angle PTM$ и $\angle PQT$

Рис. 159

- Один из внешних углов треугольника равен 57° . Может ли в этом треугольнике быть угол: а) 123° ; б) 83° ?
- Существует ли треугольник MPQ , в котором $\angle M = 89^\circ$ и $\angle Q = 92^\circ$?
- Запишите, какой треугольник на рисунке 160 является: прямоугольным; остроугольным; тупоугольным.

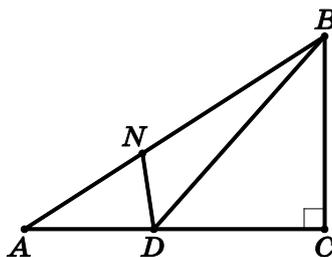
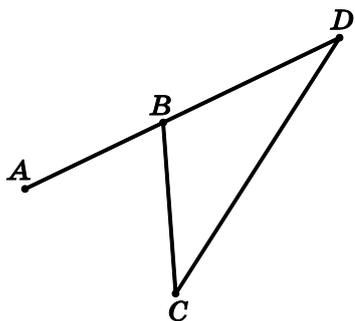


Рис. 160

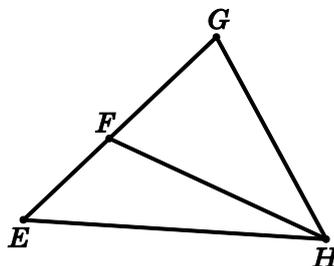
Вариант 2

1. Сравните указанные углы на рисунках 161—163.



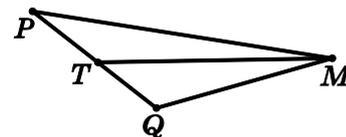
$\angle ABC$ и $\angle DBC$

Рис. 161



$\angle EHF$ и $\angle GFH$

Рис. 162



$\angle PTM$ и $\angle MQT$

Рис. 163

- Один из внешних углов треугольника равен 73° . Может ли в этом треугольнике быть угол: а) 77° ; б) 107° ?

3. Существует ли треугольник ABC , в котором $\angle C = 99^\circ$ и $\angle A = 82^\circ$?
4. Запишите, какой треугольник на рисунке 164 является: прямоугольным; остроугольным; тупоугольным.

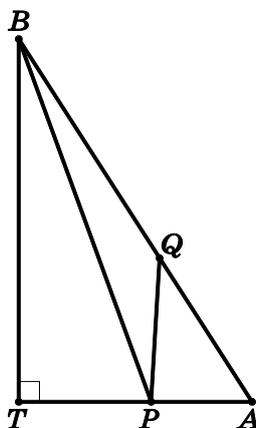
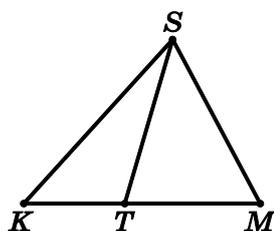


Рис. 164

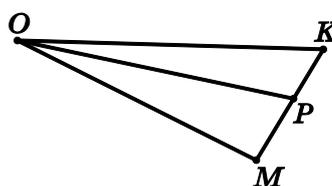
Вариант 3

1. Сравните углы на рисунках 165—167. Ответы обоснуйте.



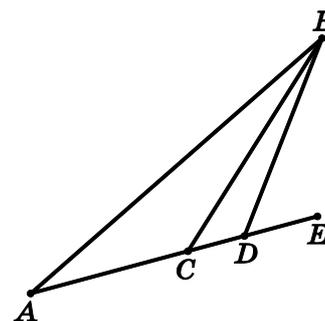
$\angle MST$ и $\angle KTS$

Рис. 165



$\angle OPK$ и $\angle OMK$

Рис. 166



$\angle ABC$ и $\angle BDE$

Рис. 167

2. Один из внешних углов треугольника равен 67° . Может ли в этом треугольнике быть угол: а) равный 73° ; б) больше 113° ? Ответы обоснуйте.
3. Существует ли треугольник MPK , в котором угол M равен $92,9^\circ$, а угол K равен $87,2^\circ$?
4. Запишите, какой из треугольников на рисунке 168 является: остроугольным; тупоугольным; прямоугольным.

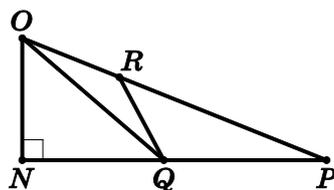
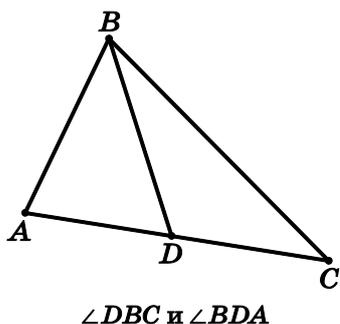


Рис. 168

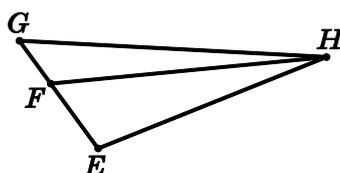
Вариант 4

1. Сравните углы на рисунках 169—171. Ответы обоснуйте.



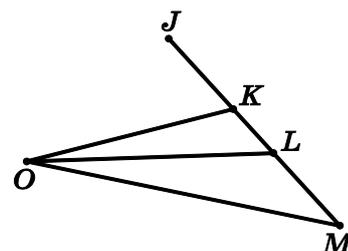
$\angle DBC$ и $\angle BDA$

Рис. 169



$\angle FGH$ и $\angle EFH$

Рис. 170



$\angle OLM$ и $\angle OKJ$

Рис. 171

- Один из внешних углов треугольника равен 71° . Может ли в этом треугольнике быть угол: а) больше 109° ; б) равный 76° ? Ответы обоснуйте.
- Существует ли треугольник DFG , в котором угол D равен $90,3^\circ$, а угол G равен $89,2^\circ$?
- Какой из треугольников на рисунке 172 является: остроугольным; тупоугольным; прямоугольным?

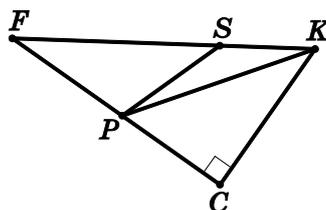


Рис. 172

Самостоятельная работа № 21 (к п. 4.6).

Перпендикуляр. Единственность перпендикуляра

Вариант 1

1. Опустите перпендикуляр из точек K и M на прямые a и b соответственно (рис. 173):

а) на глаз;

б) с помощью угольника.



Рис. 173

2. Используя данную прямую (рис. 174) и угольник, постройте две параллельные прямые.

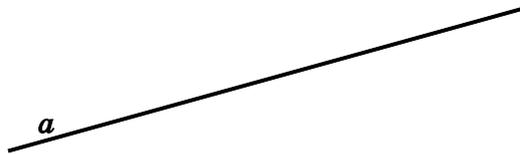


Рис. 174

3. Используя рисунок 175, постройте две хорды, параллельные друг другу и находящиеся с одной стороны от центра.

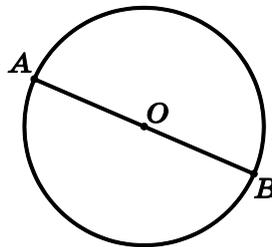


Рис. 175

4. На рисунке 176 $ABCD$ — прямоугольник. Какие его стороны лежат на параллельных прямых?

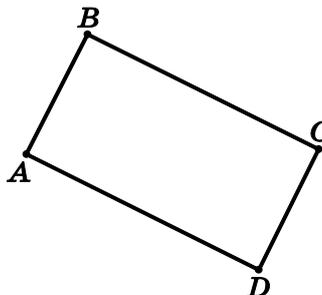


Рис. 176

5. На рисунке 177 изображён куб. Напишите два перпендикуляра к прямой B_1C_1 :

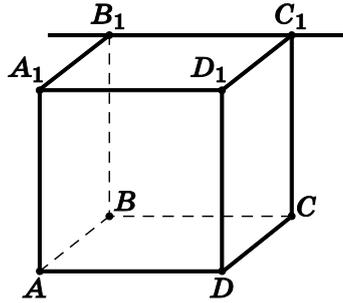


Рис. 177

- а) параллельные между собой;
- б) пересекающиеся;
- в) скрещивающиеся.

Вариант 2

1. Опустите перпендикуляр из точек K и M на прямые a и b соответственно (рис. 178):

- а) на глаз;
- б) с помощью угольника.



Рис. 178

2. Используя данную прямую и угольник, постройте две параллельные прямые (рис. 179).



Рис. 179

3. Используя рисунок 180, постройте две хорды, параллельные друг другу и находящиеся по разные стороны от центра.

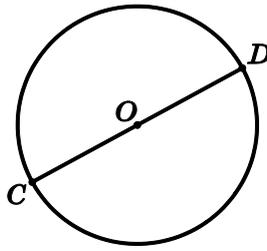


Рис. 180

4. На рисунке 181 $MKPQ$ — прямоугольник. Какие его стороны лежат на параллельных прямых?

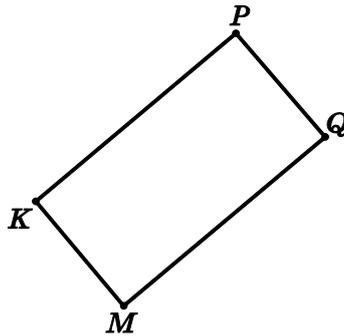


Рис. 181

5. На рисунке 182 изображён куб. Напишите два перпендикуляра к прямой AB :

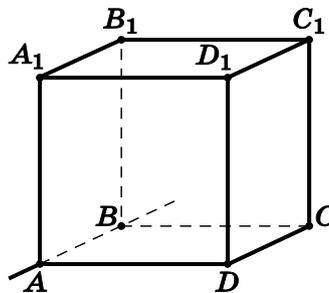


Рис. 182

- а) параллельные между собой;
- б) пересекающиеся;
- в) скрещивающиеся.

Вариант 3

1. Опустите перпендикуляр из точек N , O и P на прямые k , d и t соответственно (рис. 183):

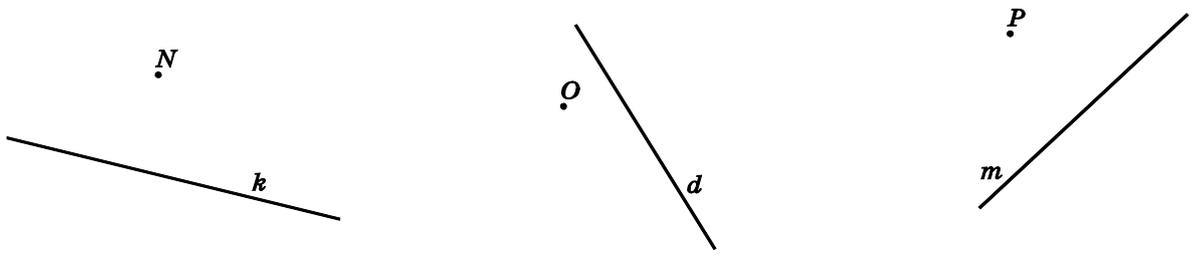


Рис. 183

- а) на глаз; б) с помощью угольника; в) с помощью циркуля и линейки.
2. Используя данную прямую a , циркуль и линейку, постройте две параллельные прямые (рис. 184).



Рис. 184

3. Постройте две хорды, параллельные друг другу и данному диаметру, находящиеся по разные стороны от центра (рис. 185).

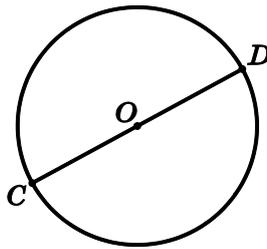


Рис. 185

4. На рисунке 186 $ABCDEF$ — шестиугольник. Докажите, что в $ABCDEF$ есть три пары параллельных сторон.

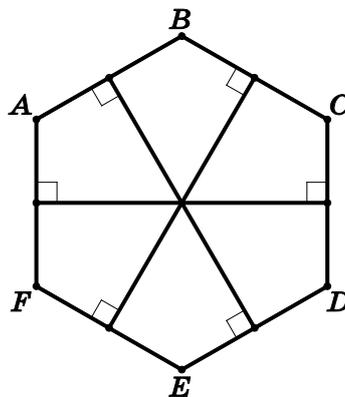


Рис. 186

5. На рисунке 187 изображён куб. Напишите два перпендикуляра к прямой BC :

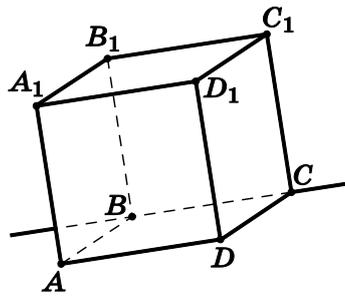


Рис. 187

- а) параллельные между собой;
- б) пересекающиеся;
- в) скрещивающиеся.

Вариант 4

1. Опустите перпендикуляр из точек N , O и P на прямые k , d и m соответственно (рис. 188):

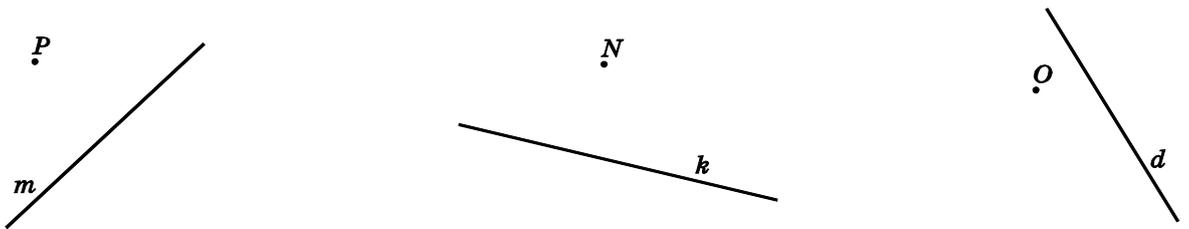


Рис. 188

- а) на глаз; б) с помощью угольника; в) с помощью циркуля и линейки.
2. Используя данную прямую b (рис. 189), циркуль и линейку, постройте две параллельные прямые.



Рис. 189

3. Постройте две хорды, параллельные друг другу и данному диаметру (рис. 190), находящиеся по одну сторону от центра.

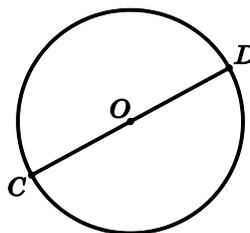


Рис. 190

4. На рисунке 191 $STUVQR$ — шестиугольник. Докажите, что в этом шестиугольнике есть три пары параллельных сторон.

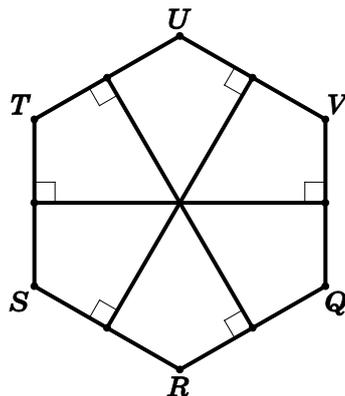


Рис. 191

5. На рисунке 192 изображён куб. Напишите два перпендикуляра к прямой D_1C_1 :

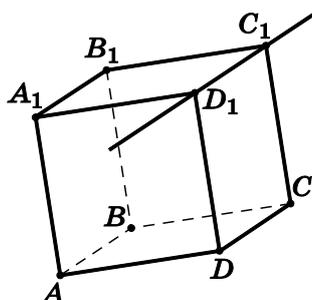


Рис. 192

- а) параллельные между собой;
- б) пересекающиеся;
- в) скрещивающиеся.

Самостоятельная работа № 22 (к п. 4.7).

Второй признак равенства треугольников

Вариант 1

1. Рассмотрите рисунок 193. Какое дополнительное построение надо сделать, чтобы получились два равных треугольника? Введите все необходимые обозначения и докажите равенство треугольников. Запишите равные стороны этих треугольников.

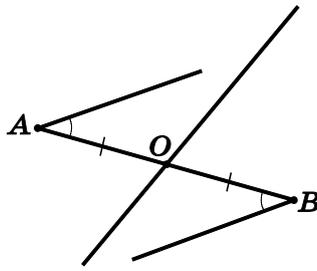


Рис. 193

2. На рисунке 194 $OL = OT$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что треугольник MOL равен треугольнику POT . Запишите, какие отрезки равны отрезкам OM и PT .

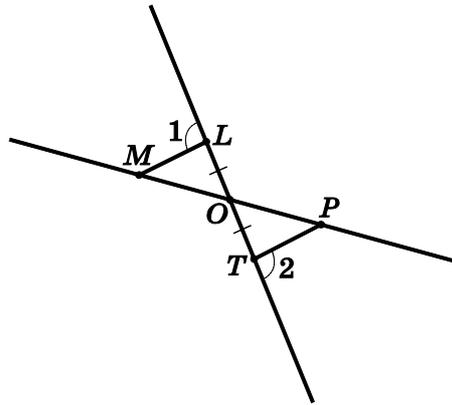


Рис. 194

Вариант 2

1. Рассмотрите рисунок 195. Какое дополнительное построение надо сделать, чтобы получились два равных треугольника? Введите все необходимые обозначения и докажите равенство треугольников. Запишите равные стороны этих треугольников.

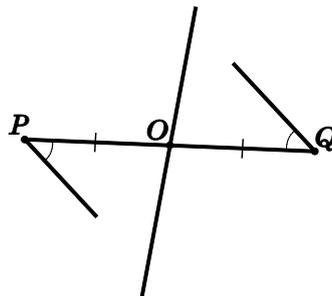


Рис. 195

2. На рисунке 196 $LO = TO$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что треугольник MOL равен треугольнику POT . Запишите, какие отрезки равны отрезкам ML и OM .

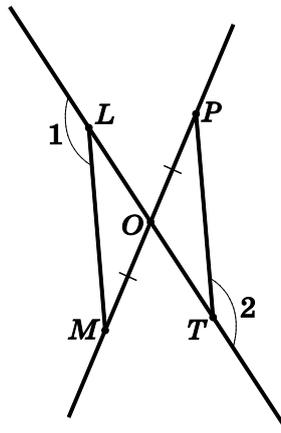


Рис. 196

Вариант 3

1. Рассмотрите рисунок 197. Какое дополнительное построение надо сделать, чтобы получились два равных треугольника? Введите все необходимые обозначения и докажите равенство треугольников. Запишите равные стороны этих треугольников.

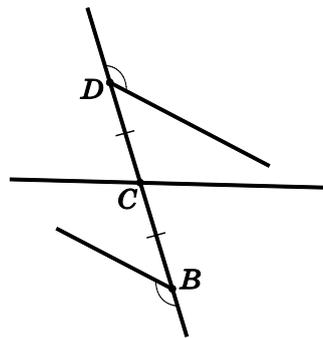


Рис. 197

2. На рисунке 198 $HEGF$ — пирамида, $\angle 1 = \angle 2$. Отрезки HE и HF равны. Углы EHG и FHE равны между собой. Найдите на рисунке равные треугольники и докажите их равенство.

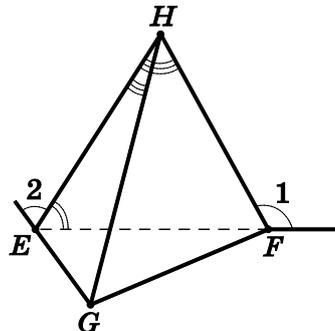


Рис. 198

Вариант 4

1. Рассмотрите рисунок 199. Какое дополнительное построение надо сделать, чтобы получились два равных треугольника? Введите все необходимые обозначения и докажите равенство треугольников. Запишите равные стороны этих треугольников.

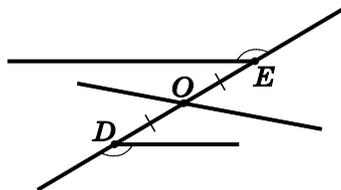


Рис. 199

2. На рисунке 200 $ABCS$ — пирамида, $\angle 1 = \angle 2$. Отрезки AS и SC равны. Углы ASC и BSA равны между собой. Найдите на рисунке равные треугольники и докажите их равенство.

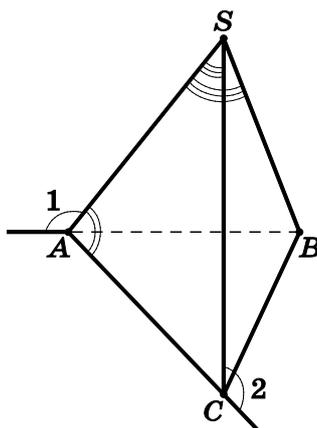


Рис. 200

Самостоятельная работа № 23 (к п. 4.8).

Высота треугольника

Вариант 1

1. Проведите высоту BH треугольника ABC (рис. 201) на глаз. Выделите её цветом.

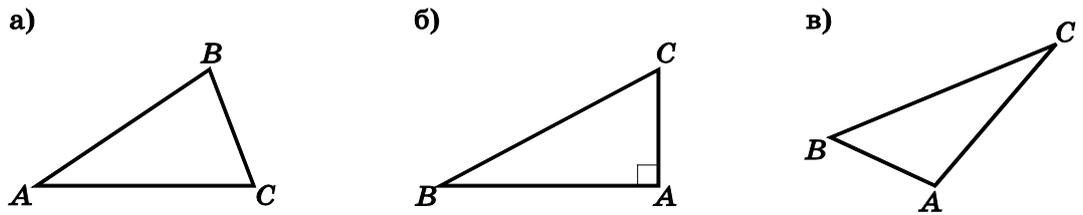


Рис. 201

2. В треугольнике MEK (рис. 202) из вершины K проведите:

а) медиану и высоту;

б) биссектрису и высоту.

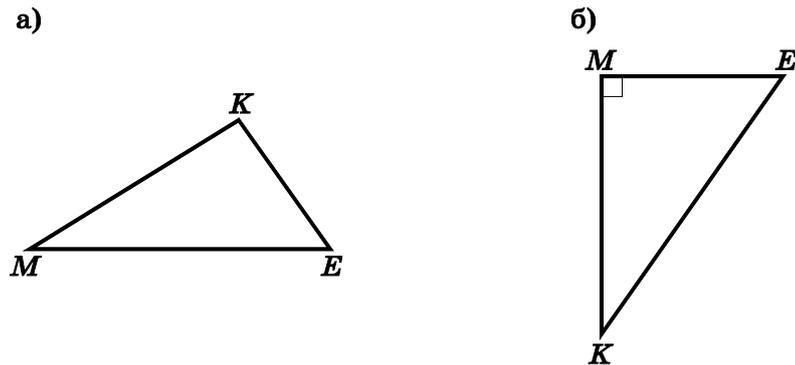


Рис. 202

3. Из вершины Q проведите медиану, биссектрису и высоту треугольника DQN (рис. 203). Сравните длины этих отрезков.

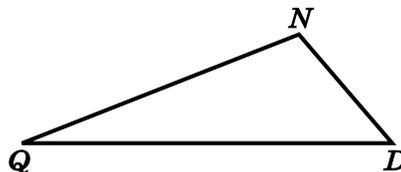


Рис. 203

4. Нарисуйте произвольный треугольник PDE . Проведите в нём две медианы: PP_1 и DD_1 . Обозначьте точку их пересечения буквой M . Измерьте отрезки PM и MP_1 , DM и MD_1 . Сделайте предположение о свойстве медиан треугольника.

Вариант 2

1. Проведите высоту DH треугольника MKD (рис. 204) на глаз. Выделите её цветом.

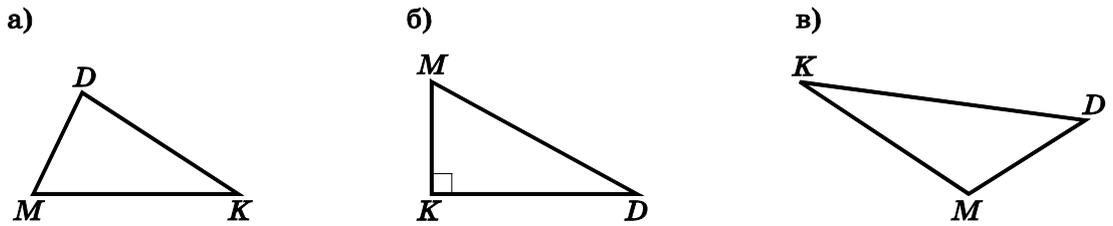


Рис. 204

2. В треугольнике ABC (рис. 205) из вершины B постройте:

а) медиану и высоту;

б) биссектрису и высоту.

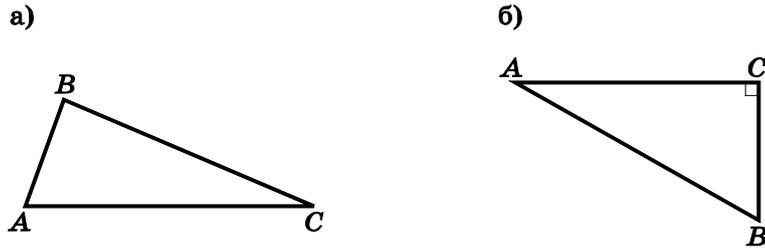


Рис. 205

3. Из вершины E постройте медиану, биссектрису и высоту треугольника NEP (рис. 206). Сравните длины этих отрезков.

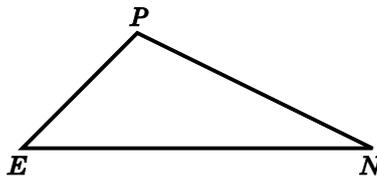


Рис. 206

4. Нарисуйте произвольный треугольник ABC . Проведите в нём две медианы: AA_1 и BB_1 . Обозначьте точку их пересечения буквой M . Измерьте отрезки AM и MA_1 , BM и MB_1 . Сделайте предположение о свойстве медиан треугольника.

Вариант 3

1. Проведите высоту PK треугольника PMA (рис. 207) на глаз.

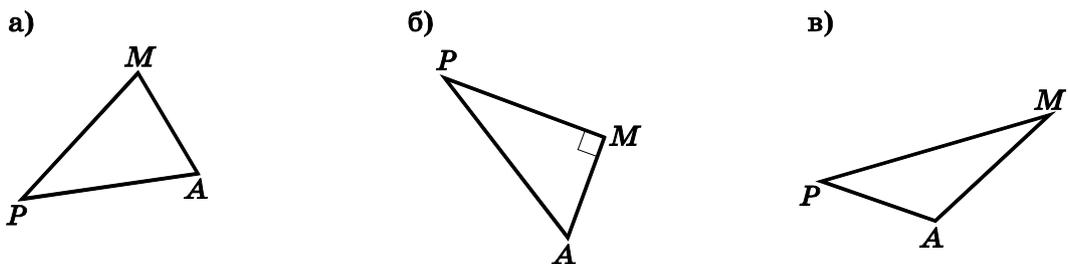


Рис. 207

2. В треугольнике ABC постройте медиану, биссектрису и высоту, исходящие из вершины B . Сравните длины этих отрезков.

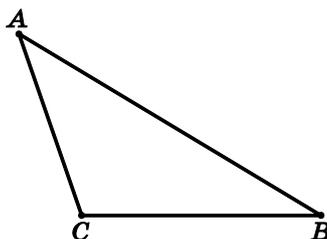


Рис. 208

3. Нарисуйте произвольный треугольник ABC . Постройте в нём две биссектрисы: AA_1 и BB_1 . Измерьте отрезки, на которые биссектрисы разбивают стороны. Измерьте стороны треугольника. Вычислите отношения $\frac{A_1C}{A_1B}$, $\frac{AC}{AB}$. Сделайте предположение о свойстве биссектрис треугольника. Проверьте это предположение для второй биссектрисы.

Вариант 4

1. Проведите высоту KA треугольника BKP (рис. 209) на глаз.

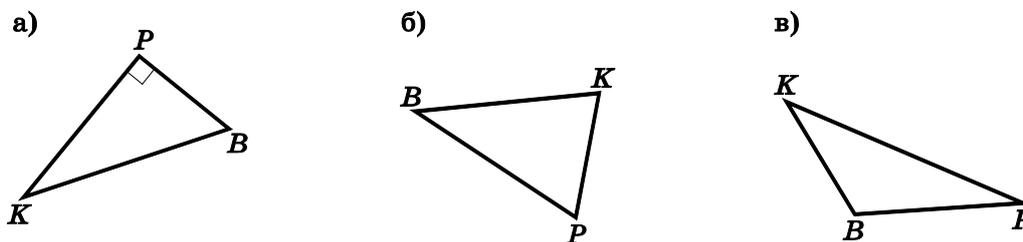


Рис. 209

2. В треугольнике ABC (рис. 210) постройте медиану, биссектрису и высоту, исходящие из вершины B . Сравните длины этих отрезков.

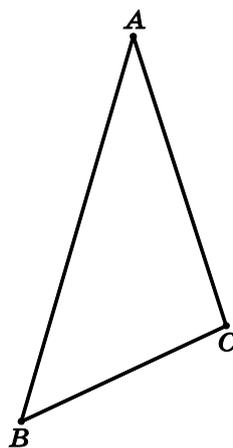


Рис. 210

3. Нарисуйте произвольный треугольник MNP . Постройте в нём две биссектрисы: MM_1 и PP_1 . Измерьте отрезки, на которые биссектрисы разбивают стороны. Измерьте стороны треугольника. Вычислите отношения $\frac{M_1N}{M_1P}$, $\frac{MN}{MP}$. Сделайте предположение о свойстве биссектрис треугольника. Проверьте это предположение для второй биссектрисы.

Самостоятельная работа № 24 (к п. 5.1).

Равнобедренный треугольник

Вариант 1

1. Начертите тупой угол A . Используя циркуль и линейку без делений, постройте равнобедренный треугольник ABC , в котором A — вершина.
2. Начертите острый угол D . Используя циркуль и линейку без делений, постройте равнобедренный треугольник KMD с основанием DM .
3. Начертите тупоугольный равнобедренный треугольник PTE : $PT = TE$. Проведите в нём две медианы: TM и PB . Какие из утверждений верны:
 - а) TM — высота треугольника PTE ;
 - б) PB — биссектриса треугольника PTE ?
4. Докажите, что на рисунке 211 треугольник ABC — равнобедренный.

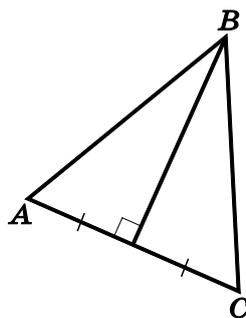


Рис. 211

5. По рисунку 212 определите градусные меры углов 2, 3 и 4, если $\angle 1 = 25^\circ$.

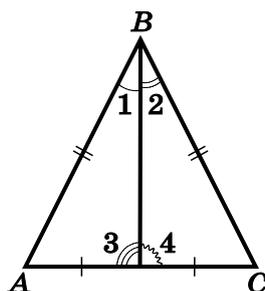


Рис. 212

6. По рисунку 213 определите градусную меру угла 1, если $\angle 2 = 110^\circ$.

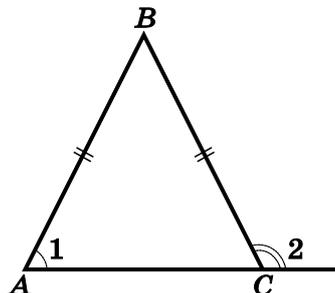


Рис. 213

Вариант 2

- Начертите острый угол B . Используя циркуль и линейку без делений, постройте равнобедренный треугольник ABC , в котором B — вершина.
- Начертите тупой угол D . Используя циркуль и линейку без делений, постройте равнобедренный треугольник KMD с основанием DK .
- Начертите тупоугольный равнобедренный треугольник MNK : $MN = NK$. Проведите в нём две медианы: MA и NB . Какие из утверждений верны:
 - MA — высота треугольника MNK ;
 - NB — биссектриса треугольника MNK ?
- Докажите, что на рисунке 214 треугольник ABC — равнобедренный.

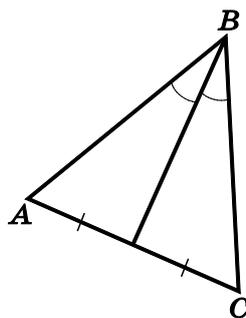


Рис. 214

5. По рисунку 215 определите градусные меры углов 2, 3 и 4, если $\angle 1 = 33^\circ$.

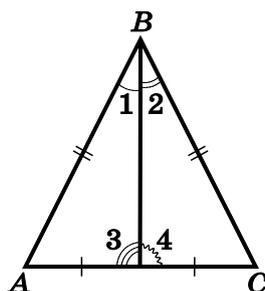


Рис. 215

6. По рисунку 216 определите градусную меру угла 2, если $\angle 1 = 55^\circ$.

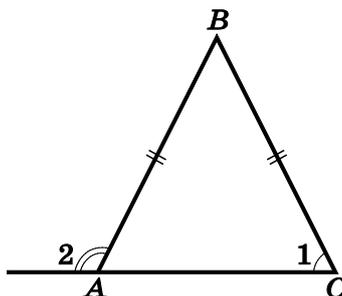


Рис. 216

Вариант 3

1. В треугольнике MKP $MK = KP \neq MP$. Проведены медианы KA и ME . Напишите, являются утверждения истинными или ложными, ответы обоснуйте.
- KA является биссектрисой треугольника MKP ;
 - ME может являться высотой треугольника MKP , в зависимости от длины MP ;
 - из треугольников MKA и MEP ровно один является прямоугольным, независимо от длин сторон треугольника MKP ;

г) из треугольников PKA и MEK ровно один является прямоугольным, независимо от длин сторон треугольника MKP .

2. На рисунке 217 изображена пирамида $ABCS$. $\angle 1 = 113^\circ = \angle 2$, $\angle 3 = \angle SAC = 67^\circ$, $\angle ASC = \angle BSA$. Найдите на рисунке равные треугольники и докажите их равенство.

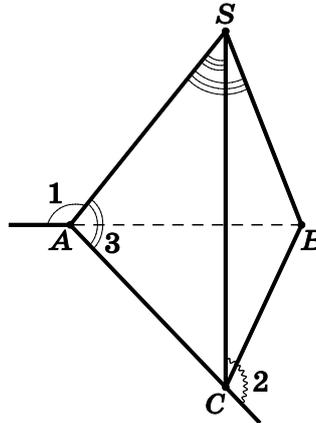


Рис. 217

3. Начертите острый угол E . Используя циркуль и линейку без делений, постройте равнобедренный треугольник AEC так, чтобы данный угол E являлся внешним для этого треугольника.
4. Определите величины углов 1, 2 и 4, если угол 3 равен 56° (рис. 218).

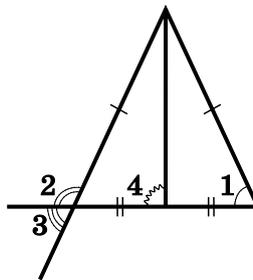


Рис. 218

Вариант 4

1. В треугольнике DEF $DE = EF \neq FD$. Проведены биссектрисы EA и FG . Запишите, являются утверждения истинными или ложными, ответы обоснуйте.
- а) FG может являться медианой треугольника DEF , в зависимости от длины FD ;
- б) EA является высотой треугольника DEF ;

в) из треугольников FEA и FGE ровно один является прямоугольным, независимо от длин сторон треугольника DEF ;

г) из треугольников DEA и FGD ровно один является прямоугольным, независимо от длин сторон треугольника DEF .

2. На рисунке 219 изображена пирамида $HEGF$. $\angle 1 = 107^\circ = \angle 2$, $\angle 3 = \angle HEF = 73^\circ$, $\angle EHG = \angle FHE$. Найдите на рисунке равные треугольники и докажите их равенство.

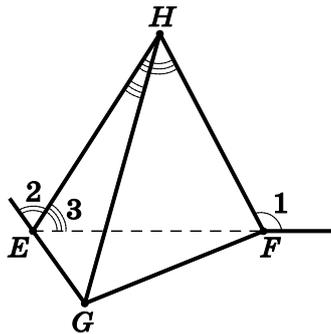


Рис. 219

3. Начертите тупой угол K . Используя циркуль и линейку без делений, постройте тупоугольный равнобедренный треугольник AKC так, чтобы данный угол K являлся внешним для этого треугольника.
4. Определите величины углов 2, 3 и 4, если угол 1 равен 63° (рис. 220).

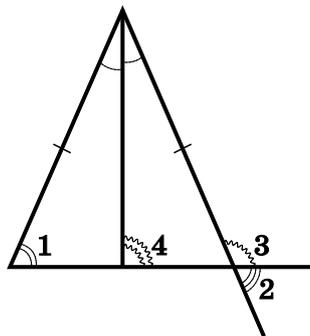


Рис. 220

Самостоятельная работа № 25 (к п. 5.1).

Равнобедренный треугольник

Вариант 1

1. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 221—223).

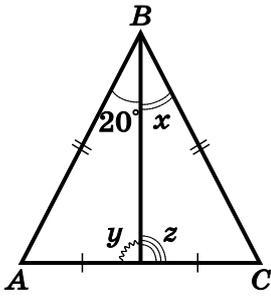


Рис. 221

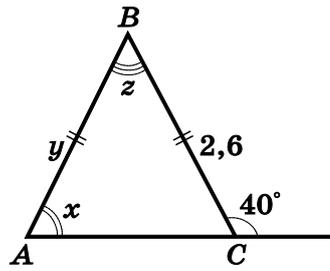


Рис. 222

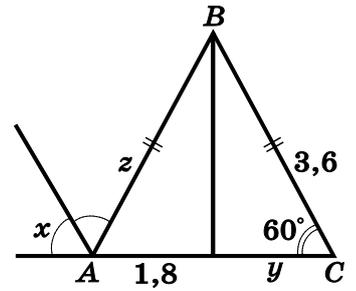


Рис. 223

2. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 224—226).

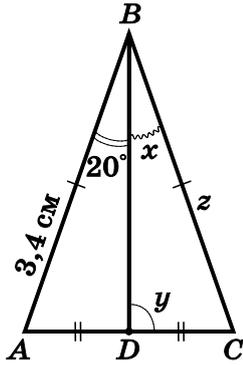


Рис. 224

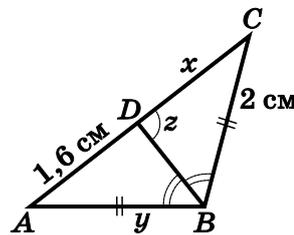


Рис. 225

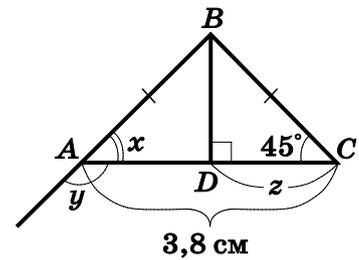


Рис. 226

Вариант 2

1. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 227—229).

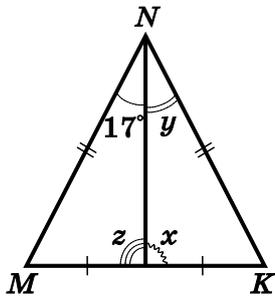


Рис. 227

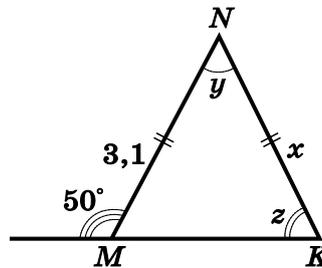


Рис. 228

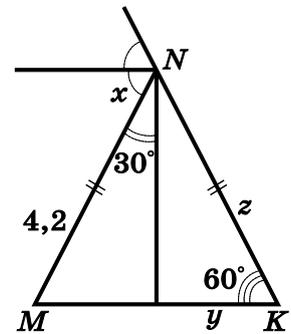


Рис. 229

2. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 230—232).

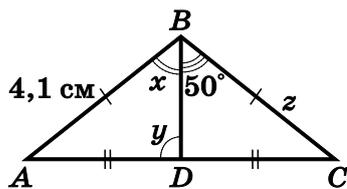


Рис. 230

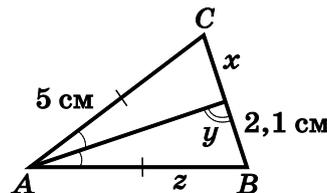


Рис. 231

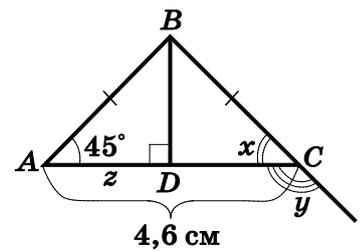


Рис. 232

Вариант 3

1. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 233—235).

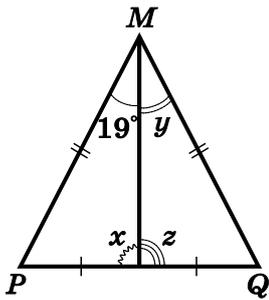


Рис. 233

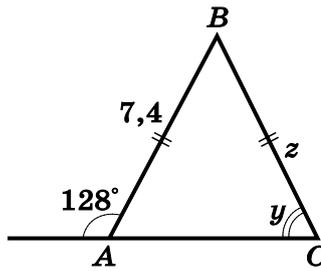


Рис. 234

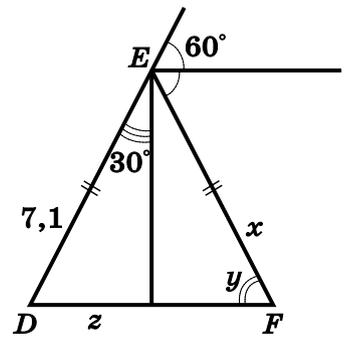


Рис. 235

2. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 236—238).

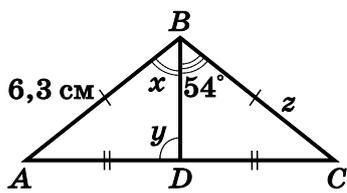


Рис. 236

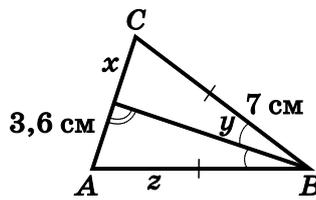


Рис. 237

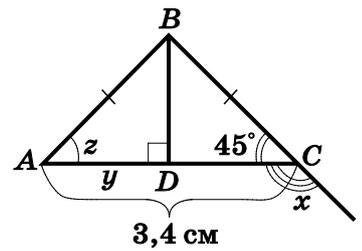


Рис. 238

Вариант 4

1. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 239—241).

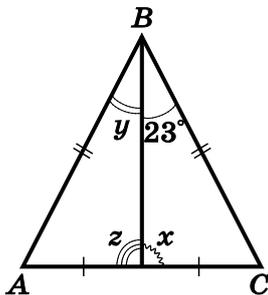


Рис. 239

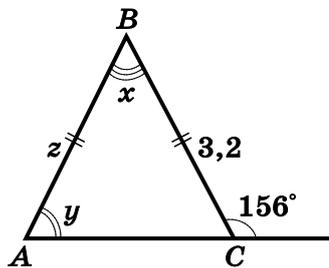


Рис. 240

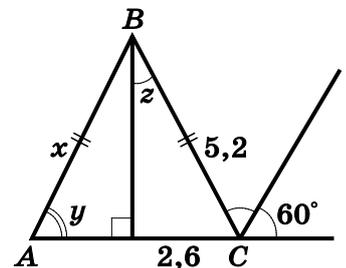


Рис. 241

2. Найдите значения x , y , z по данным каждого рисунка (рис. 242—244).

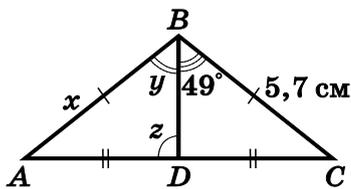


Рис. 242

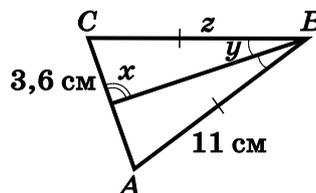


Рис. 243

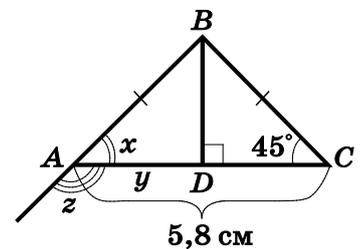


Рис. 244

Самостоятельная работа № 26 (к п. 5.1).

Равнобедренный треугольник

Вариант 1

1. Восстановите равнобедренный треугольник ABC , если от него остались:

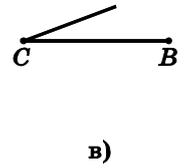


Рис. 245

- а) боковая сторона и часть основания (рис. 245, а);
- б) боковая сторона и часть высоты к основанию (рис. 245, б);
- в) основание и часть высоты к боковой стороне (рис. 245, в).

2. На рисунке 246 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — изображение куба. Точки M и N — середины рёбер $A_1 B_1$ и $A_1 D_1$. Запишите все изображённые на рисунке равнобедренные треугольники.

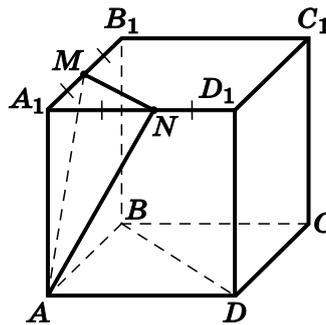


Рис. 246

3. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. Угол A составляет 0,25 от угла B . Во сколько раз угол B больше угла C ? Объясните свой ответ.

Вариант 2

1. Восстановите равнобедренный треугольник MNK , если от него остались:

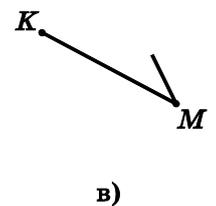


Рис. 247

- а) боковая сторона и часть основания (рис. 247, а);
 б) боковая сторона и часть высоты к основанию (рис. 247, б);
 в) основание и часть высоты к боковой стороне (рис. 247, в).
2. На рисунке 248 $PABCD$ — изображение пирамиды, в основании которой квадрат $ABCD$, а боковые рёбра равны: $PA = PB = PC = PD$. Точки M и N — середины рёбер AD и DC . Запишите все изображённые на рисунке равнобедренные треугольники.

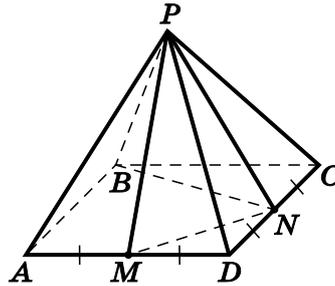


Рис. 248

3. В треугольнике DBP стороны DP и PB равны. Угол P в три раза больше угла B . Какую часть от угла P составляет угол D ? Объясните свой ответ.

Вариант 3

1. Восстановите равнобедренный треугольник MPQ , если от него остались:

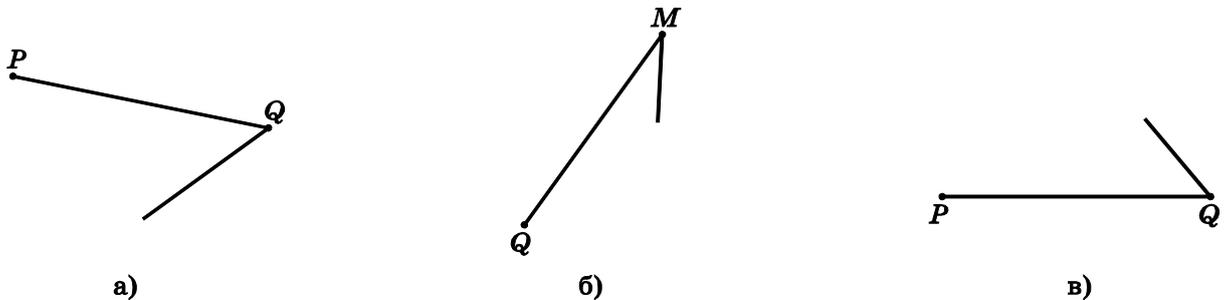


Рис. 249

- а) основание и часть боковой стороны (рис. 249, а);
 б) боковая сторона и часть медианы к основанию (рис. 249, б);
 в) основание и часть высоты к боковой стороне (рис. 249, в).
2. На рисунке 250 $PABCD$ — изображение пирамиды, в основании которой квадрат $ABCD$, а боковые рёбра равны: $PA = PB = PC = PD$. Точки E и Q — середины рёбер AD и DC . Запишите все изображённые на рисунке равнобедренные треугольники.

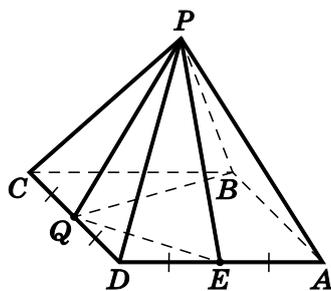


Рис. 250

3. В треугольнике EQP стороны EP и PQ равны. Угол P в 3,5 раза больше угла Q . Какую часть от угла P составляет угол E ? Объясните свой ответ.

Вариант 4

1. Восстановите равнобедренный треугольник ABC , если от него остались:



а)



б)



в)

Рис. 251

- а) часть боковой стороны и основание (рис. 251, а);
 б) боковая сторона и часть биссектрисы, проведённой из вершины (рис. 251, б);
 в) основание и часть высоты к боковой стороне (рис. 251, в).
2. На рисунке 252 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — изображение куба. Точки M и N — середины рёбер $C_1 D_1$ и $A_1 D_1$. Запишите все изображённые на рисунке равнобедренные треугольники.

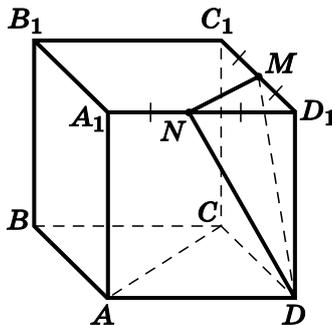


Рис. 252

3. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. Угол A составляет 0,75 от угла B . Во сколько раз угол B больше угла C ? Объясните свой ответ.

Самостоятельная работа № 27 (к п. 5.2).

Серединный перпендикуляр к отрезку

Вариант 1

1. Используя данные рисунка 253, при помощи только линейки изобразите два отрезка, длины которых a и b .

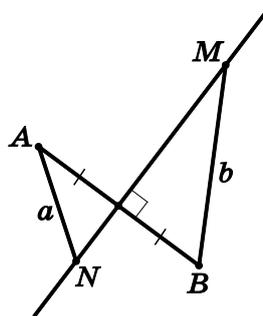
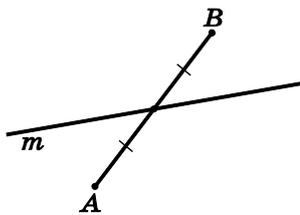


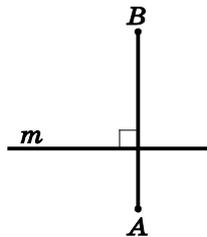
Рис. 253

2. Цветным карандашом на рисунках 254 а, б, в выделите точки прямой m , равноудалённые от концов отрезка AB , или укажите, что их нет.

а)



б)



в)

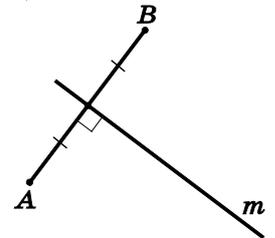


Рис. 254

3. Докажите, что точки A , O и B лежат на одной прямой (рис. 255).

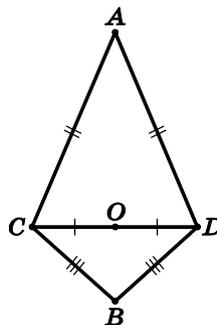


Рис. 255

4. На рисунке 256 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. В плоскости грани $DD_1 C_1 C$ изобразите прямую, являющуюся серединным перпендикуляром к отрезку DC_1 .

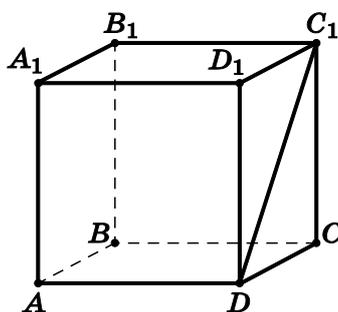


Рис. 256

Вариант 2

1. Используя данные рисунка 257, при помощи только линейки изобразите два отрезка, длины которых a и b .

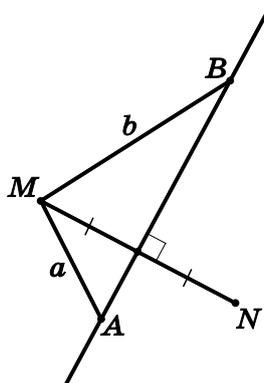


Рис. 257

2. Цветным карандашом на рисунках 258 а, б, в выделите точки прямой m , равноудалённые от концов отрезка AB , или укажите, что их нет.

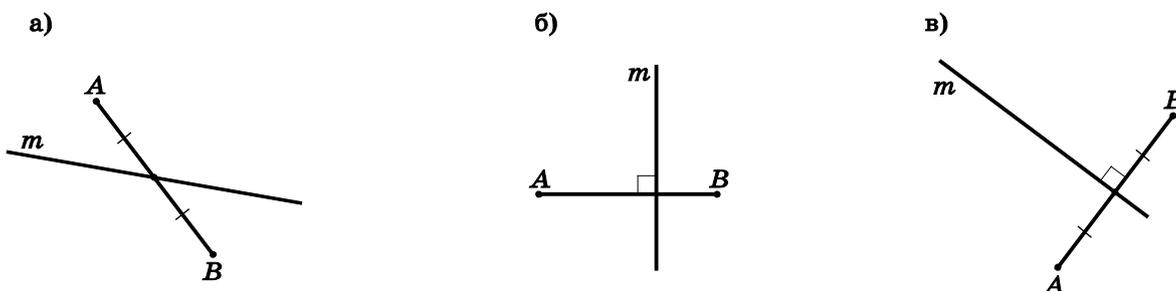


Рис. 258

3. Докажите, что точки M , O и N лежат на одной прямой (рис. 259).

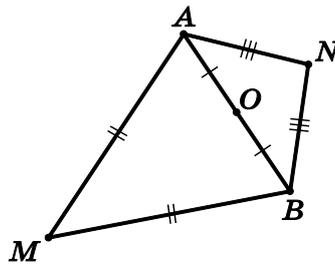


Рис. 259

4. На рисунке 260 изображена пирамида $ABCD$. В плоскости грани PAB изобразите прямую, являющуюся серединным перпендикуляром к отрезку AB .

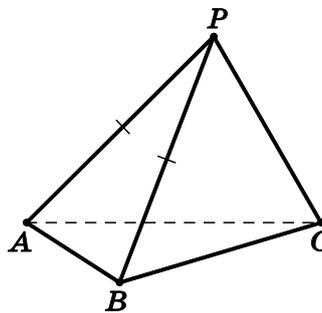


Рис. 260

Вариант 3

1. Используя данные рисунка 261, при помощи только линейки изобразите два отрезка, длины которых m и n .

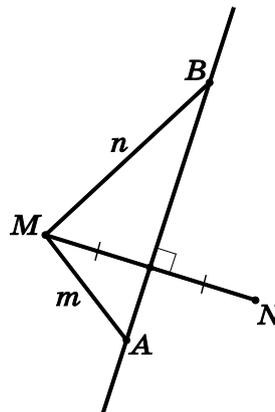


Рис. 261

2. Цветным карандашом на рисунках 262 а, б, в, г выделите точки прямой m , равноудалённые от концов отрезка AB , или укажите, что их нет.

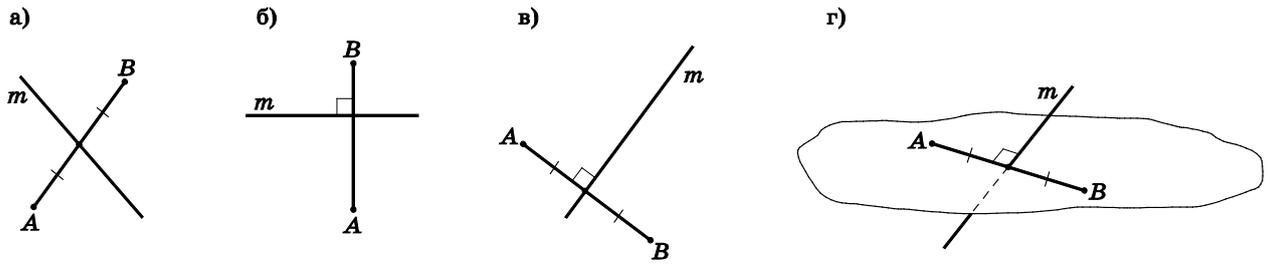


Рис. 262

3. Докажите, что точки C , O и D лежат на одной прямой (рис. 263).

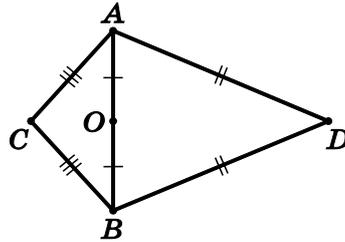


Рис. 263

4. На рисунке 264 изображён куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. В плоскости грани $AA_1 B_1 B$ изобразите прямую, являющуюся серединным перпендикуляром к отрезку AB_1 .

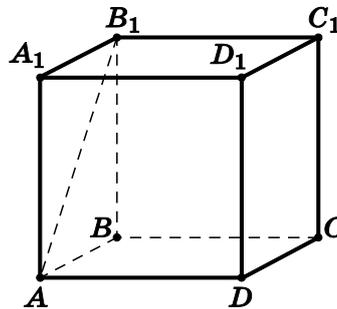


Рис. 264

Вариант 4

1. Используя данные рисунка 265, при помощи только линейки изобразите два отрезка, длины которых p и q .

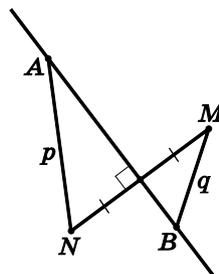


Рис. 265

2. Цветным карандашом на рисунках 266 а, б, в, г выделите точки прямой m , равноудалённые от концов отрезка AB , или укажите, что их нет.

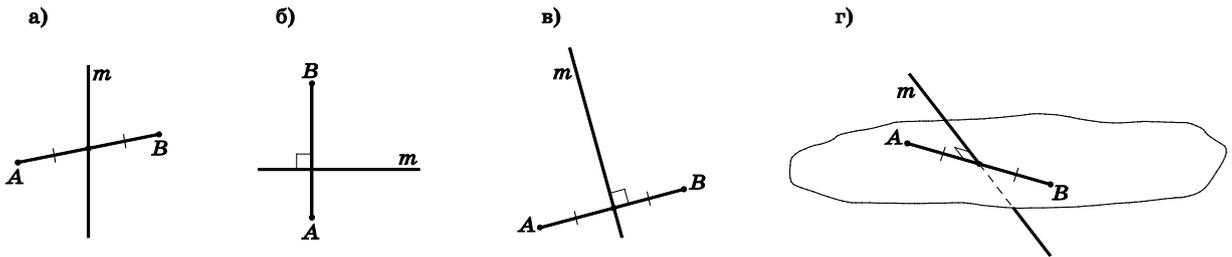


Рис. 266

3. Докажите, что точки C , O и B лежат на одной прямой (рис. 267).

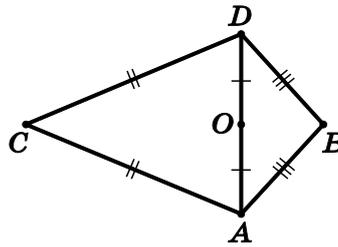


Рис. 267

4. В плоскости грани PCB тетраэдра $ABCD$ (рис. 268) изобразите прямую, являющуюся серединным перпендикуляром к отрезку CB .

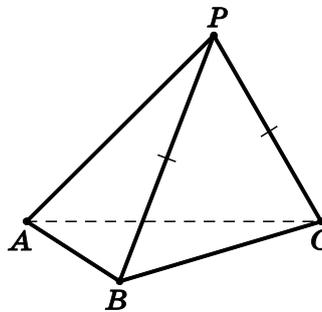


Рис. 268

Самостоятельная работа № 28 (к п. 5.4).

Сравнение сторон и углов треугольника

Вариант 1

1. На рисунке 269 $\angle 1 = \angle 2$. Используя данный рисунок, изобразите равнобедренный треугольник.

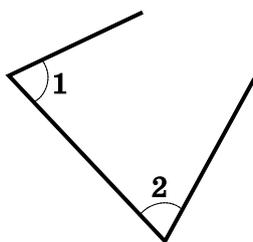


Рис. 269

2. Сравните стороны AB и BC треугольника ABC по данным чертежа (рис. 270). Ответ обоснуйте.

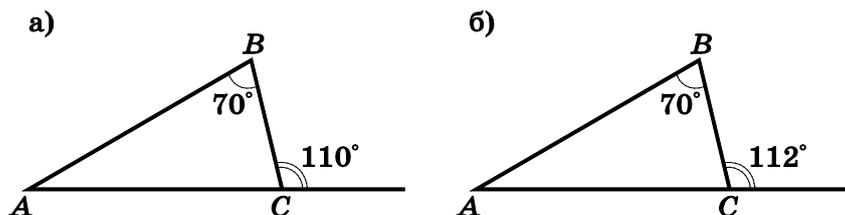


Рис. 270

3. Докажите, что на каждом рисунке 271 а—д равны стороны AB и BC .

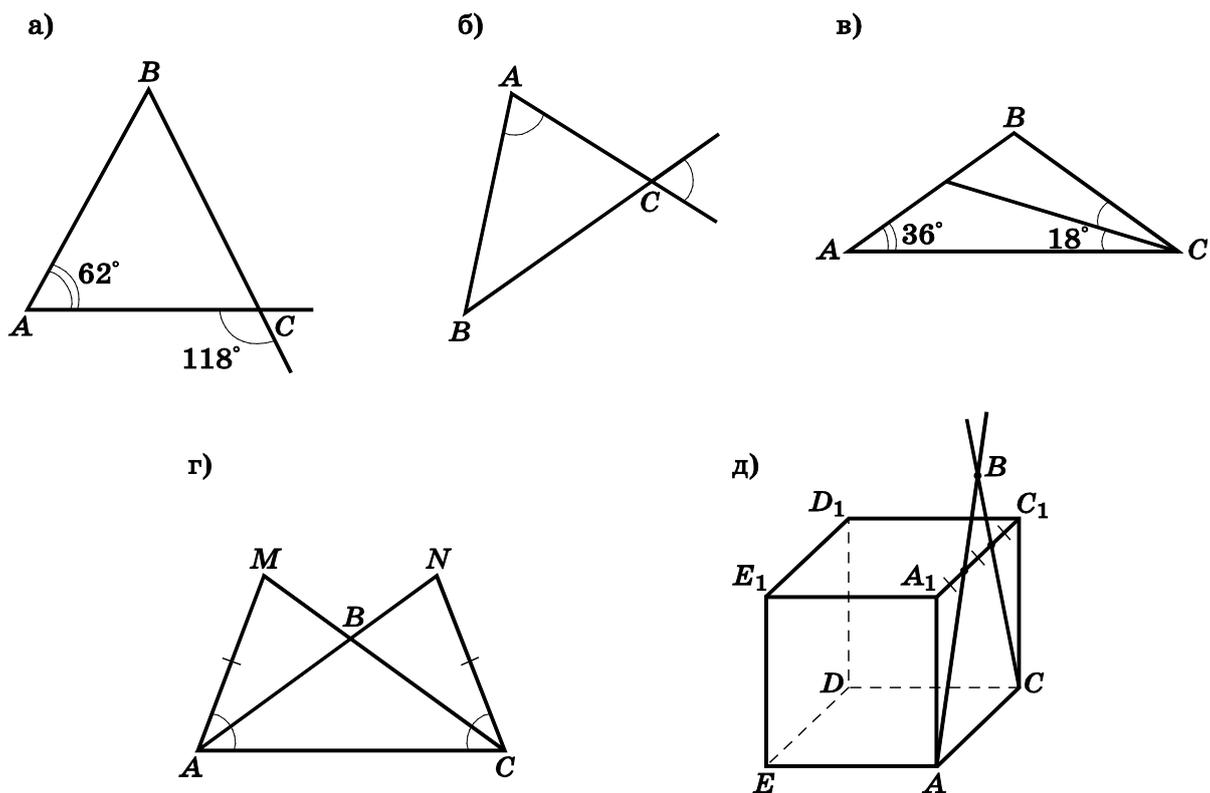


Рис. 271

Вариант 2

1. На рисунке 272 $\angle 1 = \angle 2$. Используя данный рисунок, изобразите равнобедренный треугольник.



Рис. 272

2. Сравните стороны MK и PK треугольника MPK по данным чертежа (рис. 273). Ответ обоснуйте.

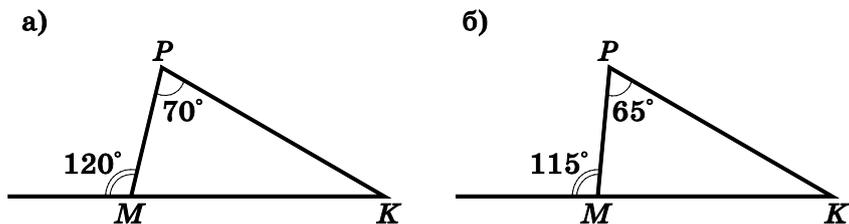


Рис. 273

3. Докажите, что на каждом рисунке 274 а—д равны стороны AB и BC .

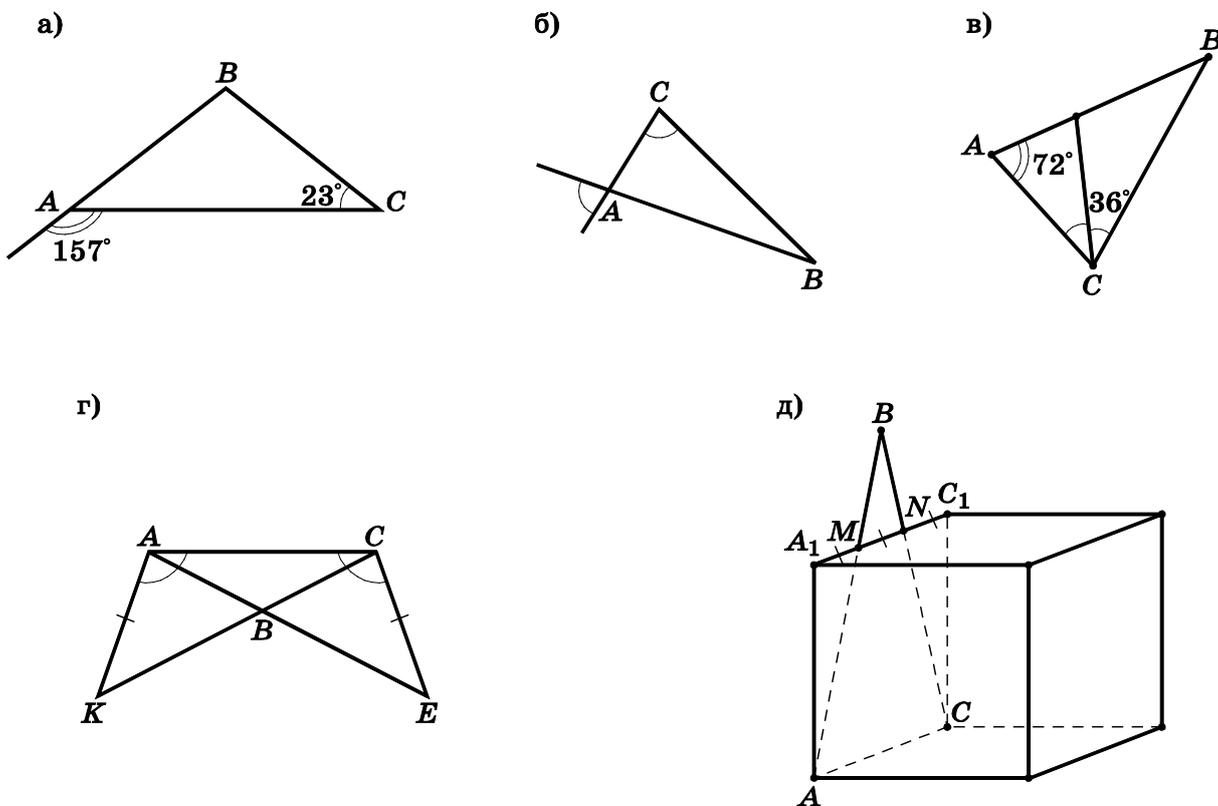


Рис. 274

Вариант 3

1. На рисунке 275 $\angle 1 = \angle 2$. Используя данный рисунок, изобразите равнобедренный треугольник.

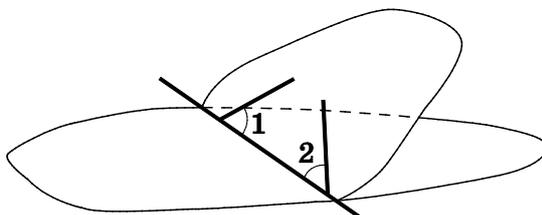


Рис. 275

2. Докажите, что на каждом рисунке 276 а—д равны стороны AB и BC треугольника ABC .

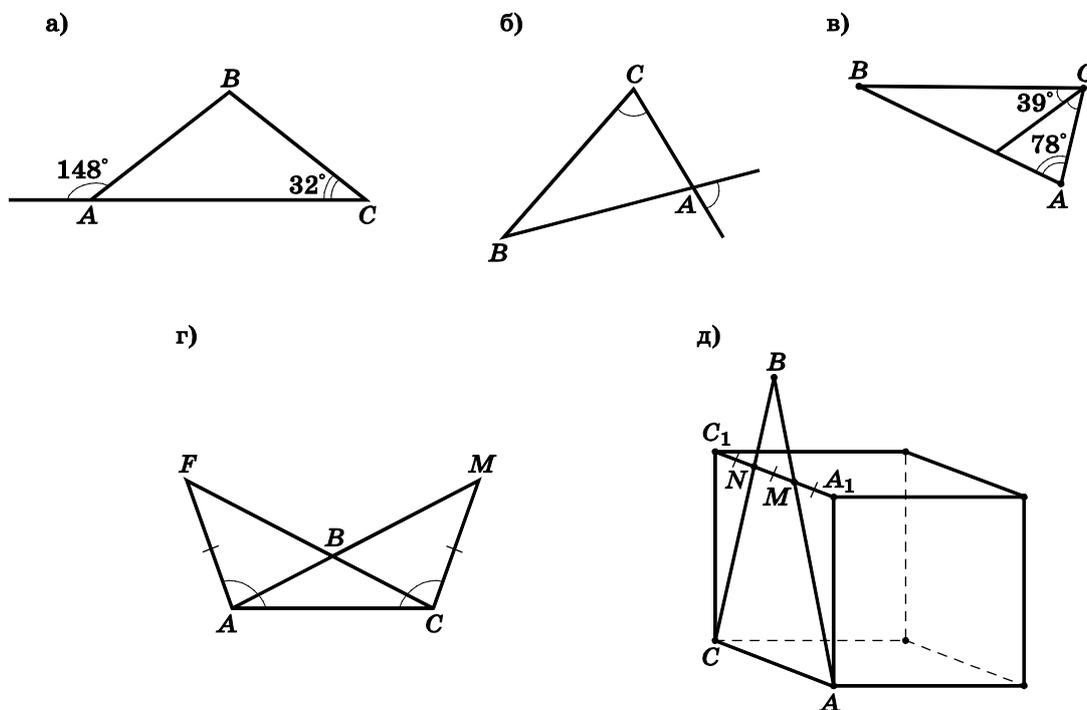


Рис. 276

3. Сравните AO и TO треугольника ATO по данным чертежа (рис. 277). Ответ обоснуйте.

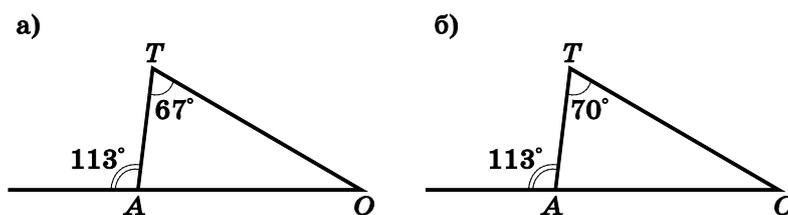


Рис. 277

Вариант 4

1. На рисунке 278 $\angle 1 = \angle 2$. Используя данный рисунок, изобразите равнобедренный треугольник.

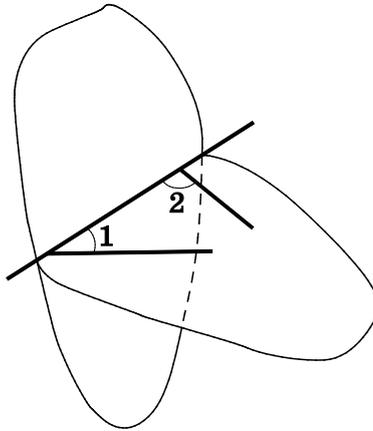
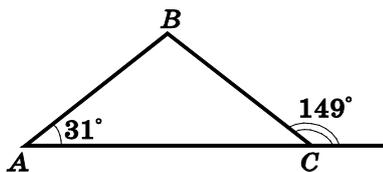


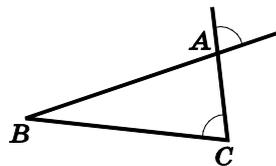
Рис. 278

2. Докажите, что на каждом рисунке 279 а—д равны стороны AB и BC треугольника ABC .

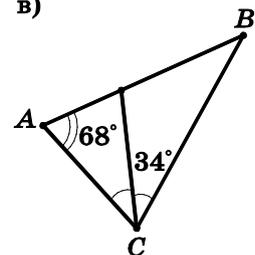
а)



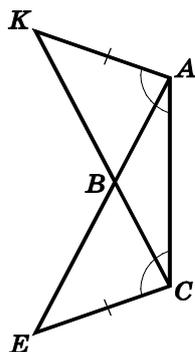
б)



в)



г)



д)

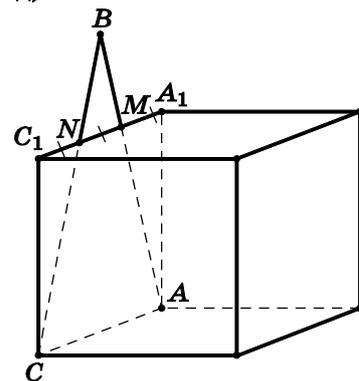


Рис. 279

3. Сравните AB и BC треугольника MPK по данным чертежа (рис. 280). Ответ обоснуйте.

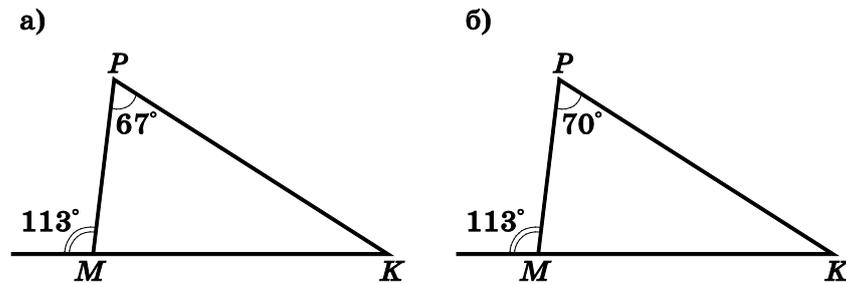


Рис. 280

Самостоятельная работа № 29 (к п. 6.2).

Неравенство треугольника

Вариант 1

1. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 2,4 см, другая составляет $\frac{5}{8}$ от первой, а третья в два раза больше второй? Если да, то начертите такой треугольник.
2. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 3,2 см, отношение двух других составляет 2 : 5, а периметр треугольника равен 11,6 см? Если да, то начертите такой треугольник.

Вариант 2

1. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 3,6 см, другая составляет $\frac{5}{12}$ от первой, а третья в два раза больше второй? Если да, то начертите такой треугольник.
2. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 3,7 см, отношение двух других составляет 4 : 7, а периметр треугольника равен 15,8 см? Если да, то начертите такой треугольник.

Вариант 3

1. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 5 см, длина другой в сантиметрах является одним из корней уравнения $x \cdot (5x - 19)(9x + 27) = 0$, а длина третьей стороны составляет половину длины второй? Если да, то начертите такой треугольник.

2. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 6,4 см, отношение двух других равно отношению корней уравнений $5x - (11 - 3x) = 6 \cdot (x - 1)$ и $-4x = -50$, а периметр треугольника равен 23,2 см? Если да, то начертите такой треугольник.

Вариант 4

1. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 10 см, длина другой в сантиметрах является одним из корней уравнения $x \cdot (5x - 27)(9x + 18) = 0$, а длина третьей стороны составляет половину длины второй? Если да, то начертите такой треугольник.
2. Существует ли треугольник, у которого одна сторона 7,6 см, отношение двух других равно отношению корней уравнений $7 \cdot (1 - x) = 4x - (11 + 3x)$ и $-4x = -6$, а периметр треугольника равен 18,1 см? Если да, то начертите такой треугольник.

Самостоятельная работа № 30 (к п. 7.1).

Признаки параллельности прямых

Вариант 1

1. Посмотрите на рисунки 281 и 282. Для каждого рисунка запишите:

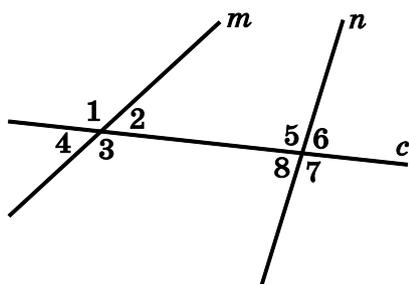


Рис. 281

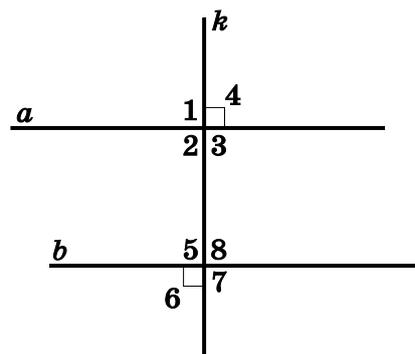


Рис. 282

- а) пару вертикальных углов;
 б) пару внутренних накрест лежащих углов;
 в) пару соответственных углов.
2. Верны ли высказывания:
 а) если углы вертикальные, то они равны;

б) если углы внутренние накрест лежащие, то они равны;

в) если углы соответственные, то они равны?

Если высказывания неверны, то подтвердите это примером из рисунков 281 и 282.

Вариант 2

1. Посмотрите на рисунки 283 и 284. Для каждого рисунка запишите:

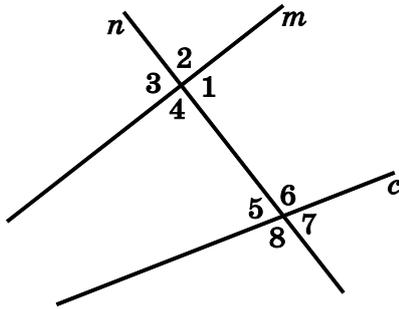


Рис. 283

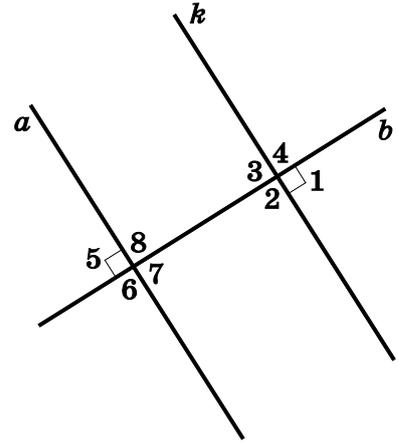


Рис. 284

а) пару смежных углов;

б) пару внутренних односторонних углов;

в) пару соответственных углов.

2. Верны ли высказывания:

а) если углы смежные, то в сумме они составляют развёрнутый угол;

б) если углы внутренние односторонние, то в сумме они составляют развёрнутый угол;

в) если углы соответственные, то они не равны?

Если высказывания неверны, то подтвердите это примером из рисунков 283 и 284.

Вариант 3

Выполните следующие задания, глядя на рисунок 285.

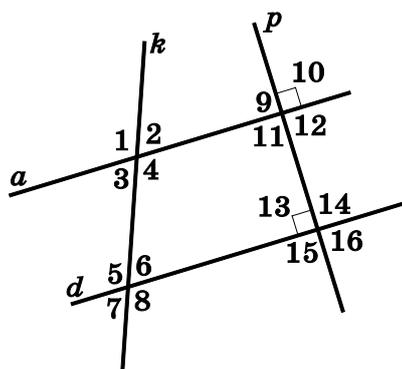


Рис. 285

1. Запишите пару внутренних односторонних углов при прямых k и p и секущей a .
2. Запишите пару соответственных углов при прямых a и d и секущей p .
3. Запишите, какой угол является внутренним односторонним с углом 13 при прямых k и p и секущей d .
4. Запишите все углы, являющиеся по отношению к углу 6 внутренними накрест лежащими, и укажите, при каких прямых и каких секущих это выполнено.
5. Про каждое из предложенных ниже высказываний напишите, является ли оно всегда истинным, всегда ложным или может быть истинным или ложным при тех или иных обстоятельствах. Укажите номера углов на рисунке, иллюстрирующие ваше мнение, если такие углы есть.
 - а) При пересечении двух прямых образуются две различные пары равных углов.
 - б) Вертикальные углы равны между собой.
 - в) Сумма внутренних односторонних углов равна развёрнутому углу.
 - г) Углы, вертикальные внутренним односторонним, не равны между собой.
 - д) Среди пар соответственных углов при одной секущей всегда найдётся пара острых углов.

Вариант 4

Выполните следующие задания, глядя на рисунок 286.

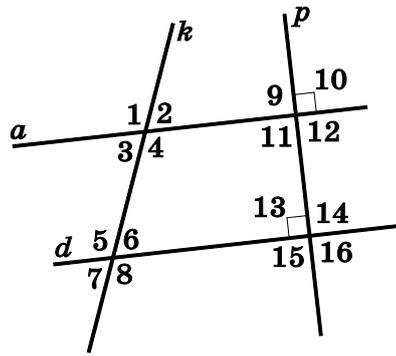


Рис. 286

1. Укажите пару внутренних односторонних углов при прямых a и d и секущей p .
2. Укажите пару соответственных углов при прямых k и p и секущей a .
3. Запишите, какой угол является внутренним односторонним с углом 6 при прямых a и d и секущей k .
4. Запишите все углы, являющиеся по отношению к углу 11 внутренними накрест лежащими, и укажите, при каких прямых и каких секущих это выполнено.
5. Про каждое из предложенных ниже высказываний напишите, является ли оно всегда истинным, всегда ложным или может быть истинным или ложным при тех или иных обстоятельствах. Укажите номера углов на рисунке, иллюстрирующие ваше мнение, если такие углы есть.
 - а) Сумма смежных углов равна развёрнутому углу.
 - б) При пересечении двух прямых образуются шесть различных пар равных углов.
 - в) Сумма углов, вертикальных внутренним односторонним углам, равна развёрнутому углу.
 - г) Внутренние односторонние углы равны между собой.
 - д) Среди пар соответственных углов при одной секущей всегда найдётся пара тупых углов.

Самостоятельная работа № 31 (к п. 7.1).

Признаки параллельности прямых

Вариант 1

1. Докажите, что на каждом из рисунков 287 а—в прямые a и b параллельны.

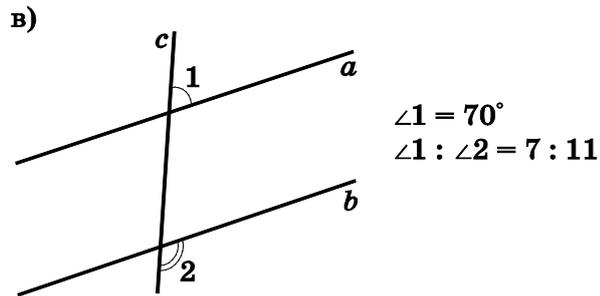
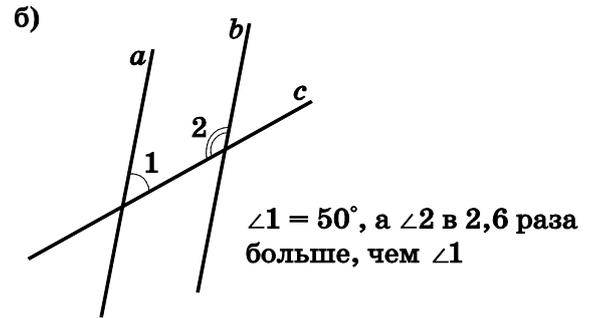
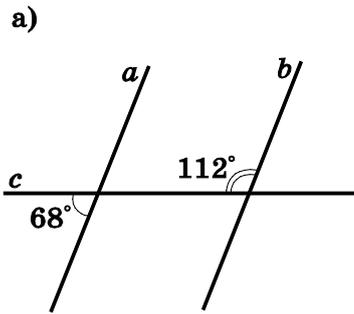


Рис. 287

2. Докажите, используя данные рисунка 288, что прямые AC и BD параллельны.

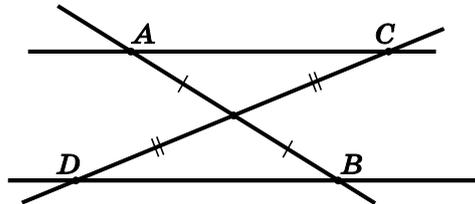


Рис. 288

Вариант 2

1. Докажите, что на каждом из рисунков 289 а—в прямые a и b параллельны.

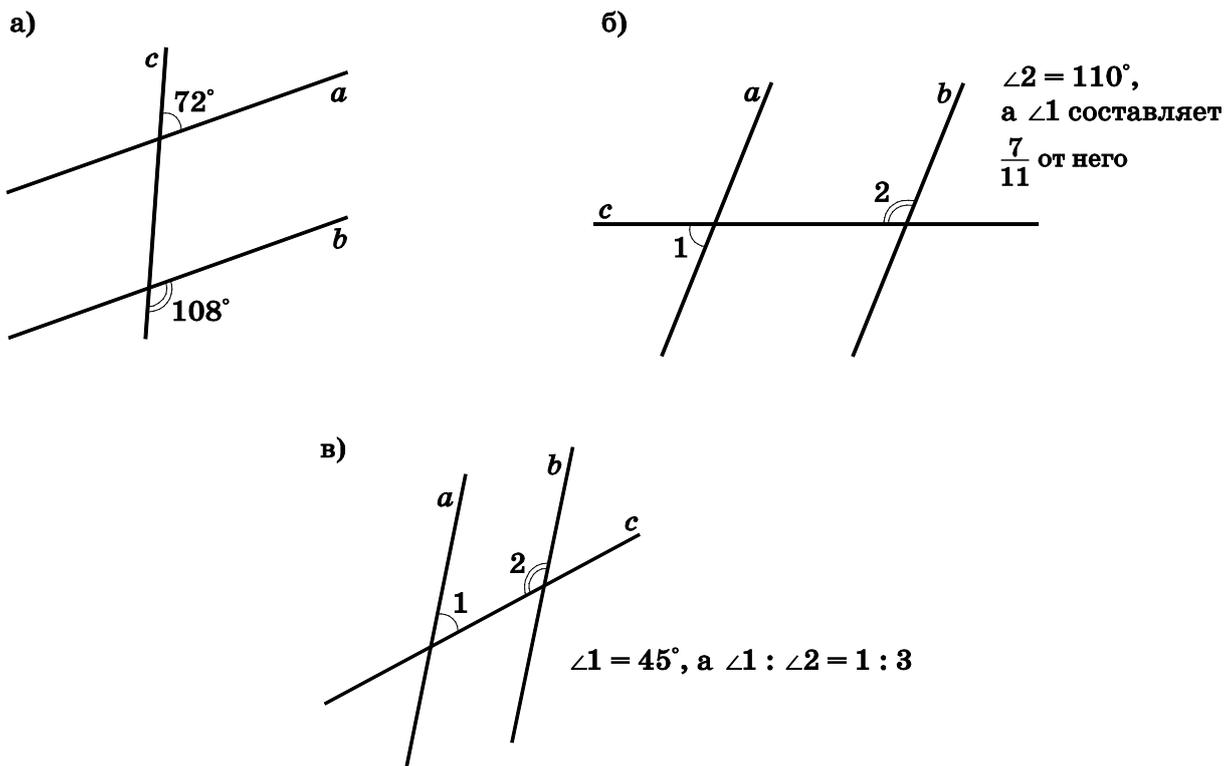


Рис. 289

2. Докажите, используя данные рисунка 290, что прямые MP и EK параллельны.

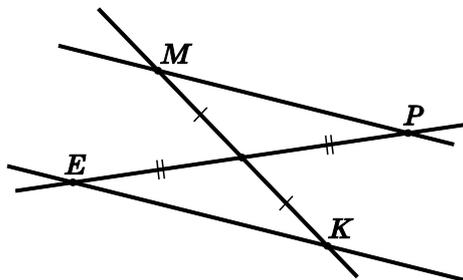


Рис. 290

Вариант 3

1. Докажите, используя данные рисунка 291, что прямые AB и CD параллельны.

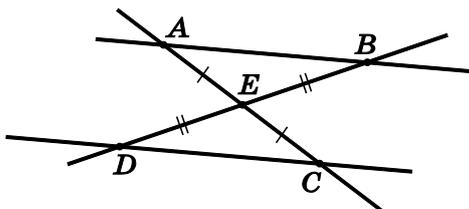


Рис. 291

2. Проверьте для каждого из рисунков 292 а, б, параллельны ли прямые a и b , если:

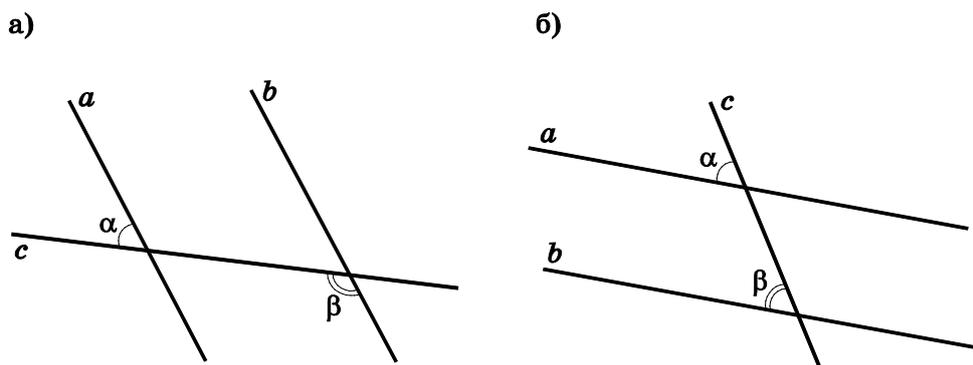


Рис. 292

а) угол α составляет $\frac{2}{3}$ тупого угла β , а градусная мера угла α — одно из решений уравнения $(x - 72)(x - 30) = 0$;

б) градусная мера угла α — одно из решений уравнения $(x + 29)(x - 45) = 0$, а градусная мера угла β — одно из решений уравнения $|50 - 2x| = 3x - 95$.

Вариант 4

1. Докажите, используя данные рисунка 293, что прямые DF и NS параллельны.

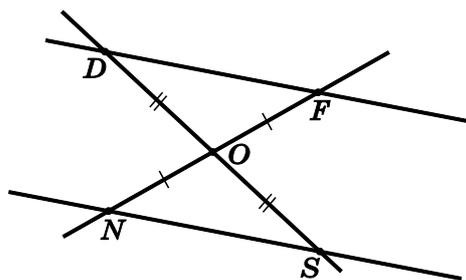


Рис. 293

2. Проверьте для каждого из рисунков 294 а, б, параллельны ли прямые m и q , если:

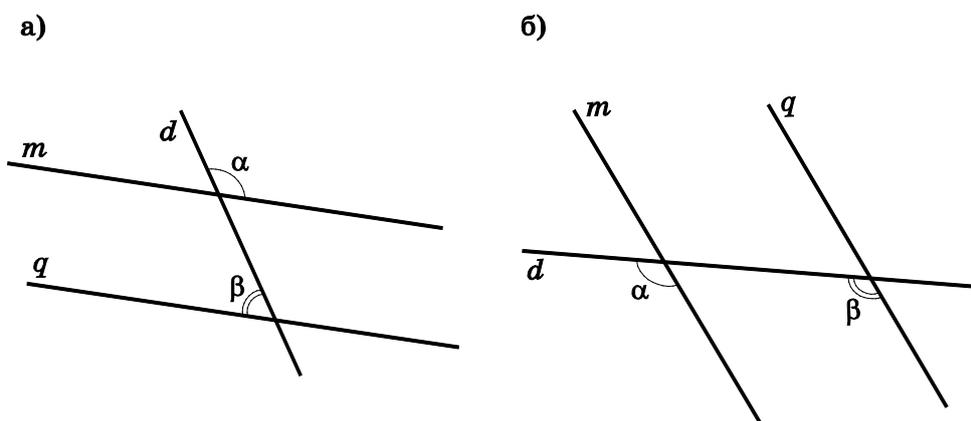


Рис. 294

- а) угол α составляет $\frac{7}{5}$ острого угла β , а градусная мера угла α — одно из решений уравнения $(x - 147)(x - 105) = 0$;
- б) градусная мера угла α — одно из решений уравнения $(x - 110)(x + 120) = 0$, а градусная мера угла β — одно из решений уравнения $|3x - 530| = x + 90$.

Самостоятельная работа № 32 (к п. 7.4).

Свойства углов, образованных параллельными прямыми и секущей

Вариант 1

1. Найдите величины углов треугольника ABC (рис. 295), если прямая a параллельна BC .

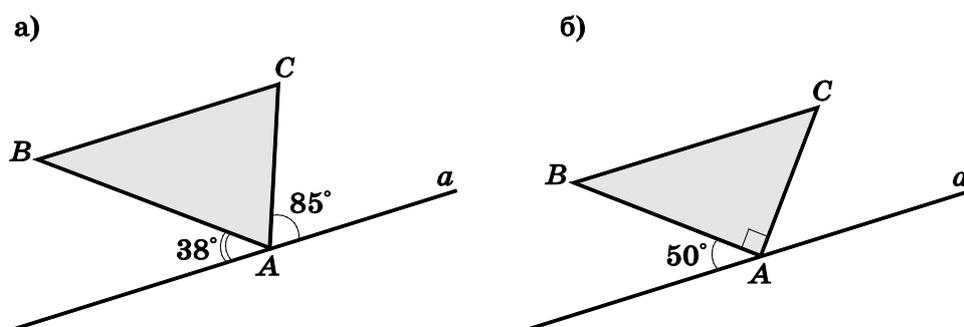


Рис. 295

2. Найдите величину угла x , используя данные рисунка 296.

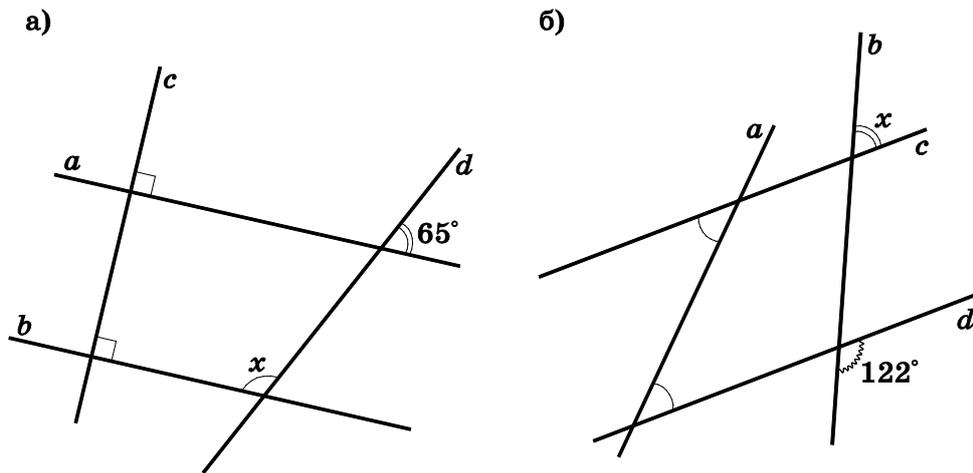


Рис. 296

Вариант 2

1. Найдите величины углов треугольника MPK , если прямая a параллельна PK (рис. 297).

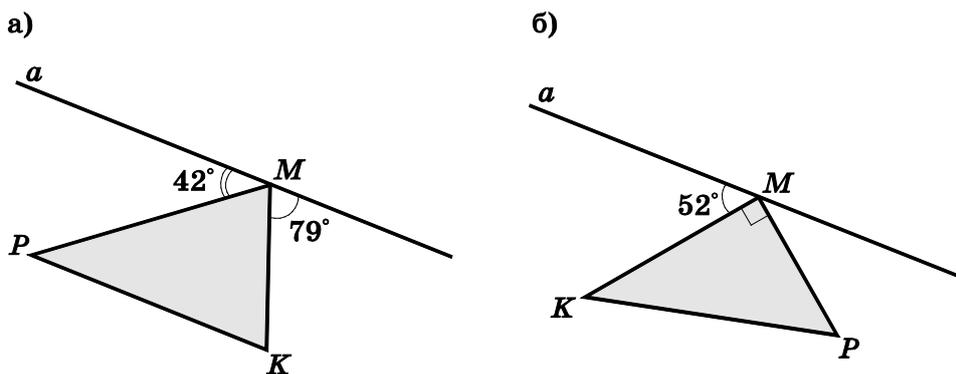


Рис. 297

2. Найдите величину угла x , используя данные рисунка 298.

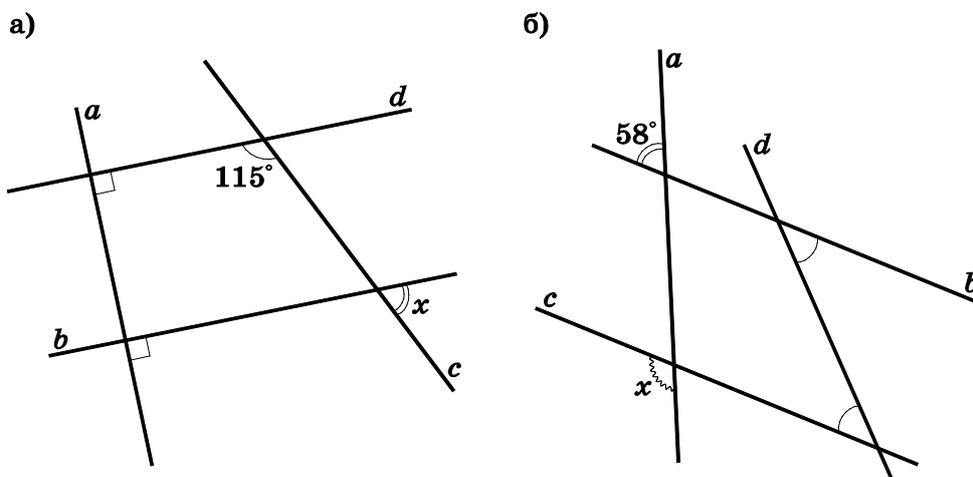


Рис. 298

Вариант 3

1. Найдите величины углов треугольника ABC по данным рисунков 299 а, б.

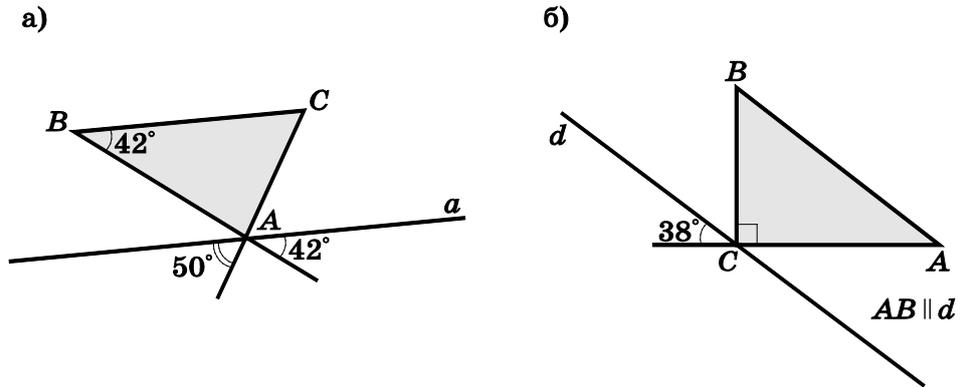


Рис. 299

2. Найдите величину угла x , используя данные рисунков 300 а, б.

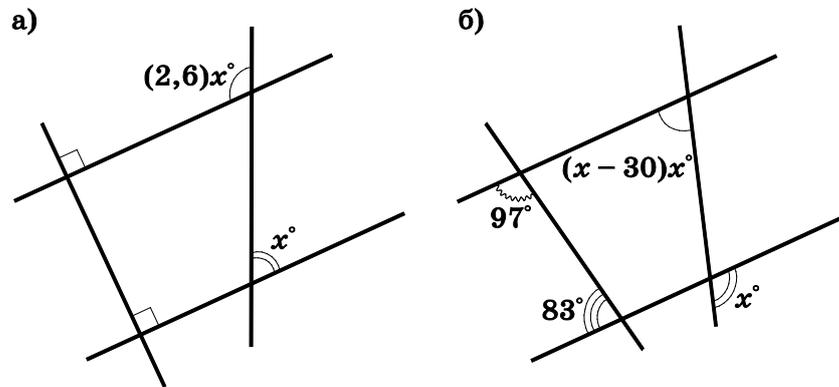


Рис. 300

Вариант 4

1. Найдите величины углов треугольника $ВРК$ по данным рисунков 301 а, б.

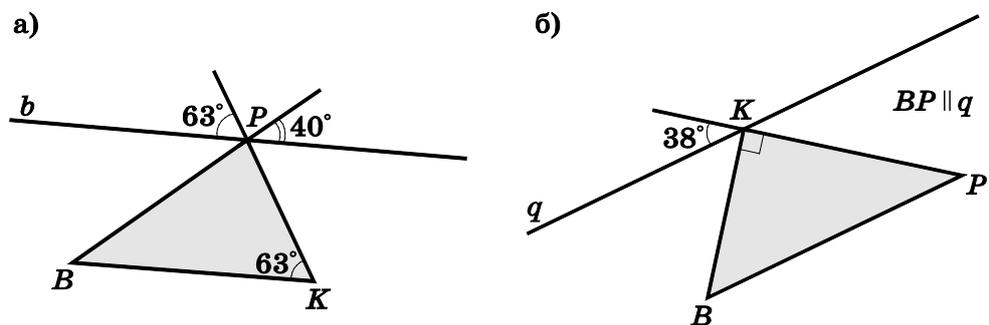


Рис. 301

2. Найдите величину угла x , используя данные рисунков 302 а, б.

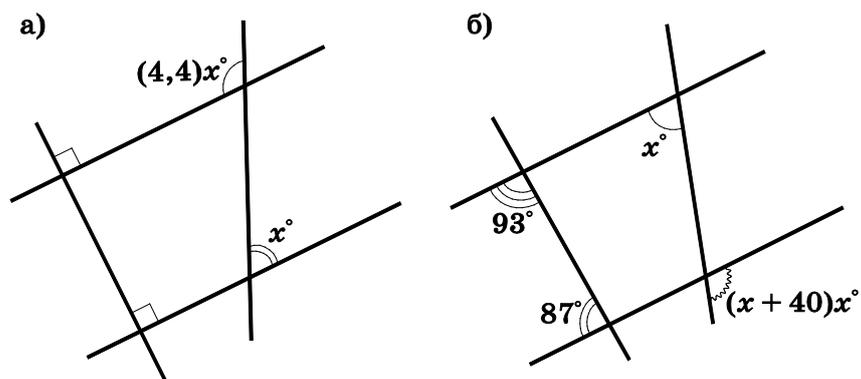


Рис. 302

Самостоятельная работа № 33 (к п. 7.5).

Построение прямоугольника. Свойства прямоугольника

Вариант 1

1. $ABCD$ — прямоугольник. По данным рисунка 303 найдите величину угла x .

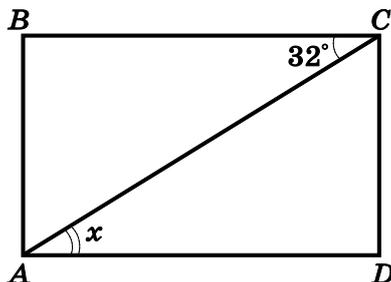


Рис. 303

2. $ABCD$ — прямоугольник, периметр которого равен 8,4 см. Найдите длины смежных сторон этого прямоугольника, если они относятся как 3 : 4.
3. $ABCD$ — прямоугольник. Найдите его периметр, если биссектриса угла A делит сторону BC на два отрезка, длины которых 1,8 см и 3,2 см.

Вариант 2

1. $ABCD$ — прямоугольник. По данным рисунка 304 найдите величину угла x .

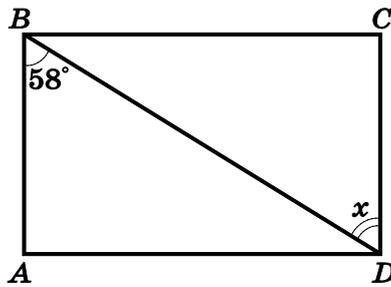


Рис. 304

2. $ABCD$ — прямоугольник, периметр которого равен 8,4 см. Найдите длины смежных сторон этого прямоугольника, если они относятся как 5 : 7.
3. $ABCD$ — прямоугольник. Найдите его периметр, если биссектриса угла C делит сторону AD на два отрезка, длины которых 3,4 см и 2,6 см.

Вариант 3

1. $ABCD$ — прямоугольник. По данным рисунка 305 найдите величины углов x , y , z . Что можно сказать о треугольнике AOD ?

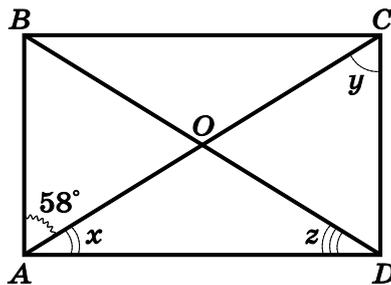


Рис. 305

2. $ABCD$ — прямоугольник, периметр которого равен 20 см. Найдите длины смежных сторон этого прямоугольника, если одна из них на 4 см длиннее другой.
3. $ABCD$ — прямоугольник. Найдите его периметр, если биссектрисы углов A и D делят сторону BC на три отрезка, длины двух из которых 5,3 см и 3,7 см.
4. Найдите периметр многоугольника $ACDEFGA$ (рис. 306), если $ACDK$ и $ABFG$ — прямоугольники, $EK = 2,3$ см, $CB = 3,1$ см.

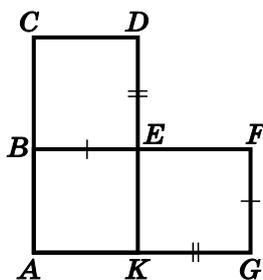


Рис. 306

Вариант 4

1. $ABCD$ — прямоугольник. По данным рисунка 307 найдите величины углов x , y , z . Что можно сказать о треугольнике COD ?

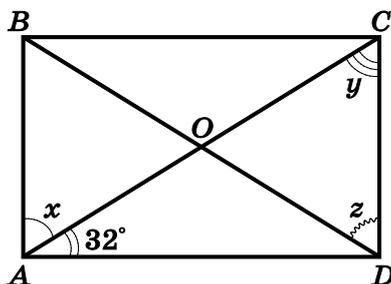


Рис. 307

2. $ABCD$ — прямоугольник, периметр которого равен 30 см. Найдите длины смежных сторон этого прямоугольника, если одна из них на 7 см короче другой.
3. $ABCD$ — прямоугольник. Найдите его периметр, если биссектрисы углов B и C делят сторону AD на три отрезка, длины двух из которых 4,2 см и 5,8 см.
4. Найдите периметр многоугольника $ACDEFGA$ (рис. 308), если $ACDK$ и $ABFG$ — прямоугольники, $BE = 3,4$ см, $KG = 4,2$ см.

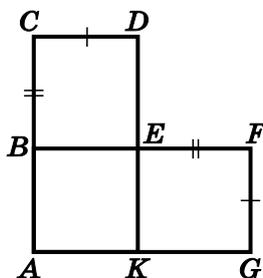


Рис. 308

Самостоятельная работа № 34 (к п. 8.1).

Сумма углов треугольника

Вариант 1

1. По данным каждого из рисунков 309 а—е найдите величины неизвестных углов.

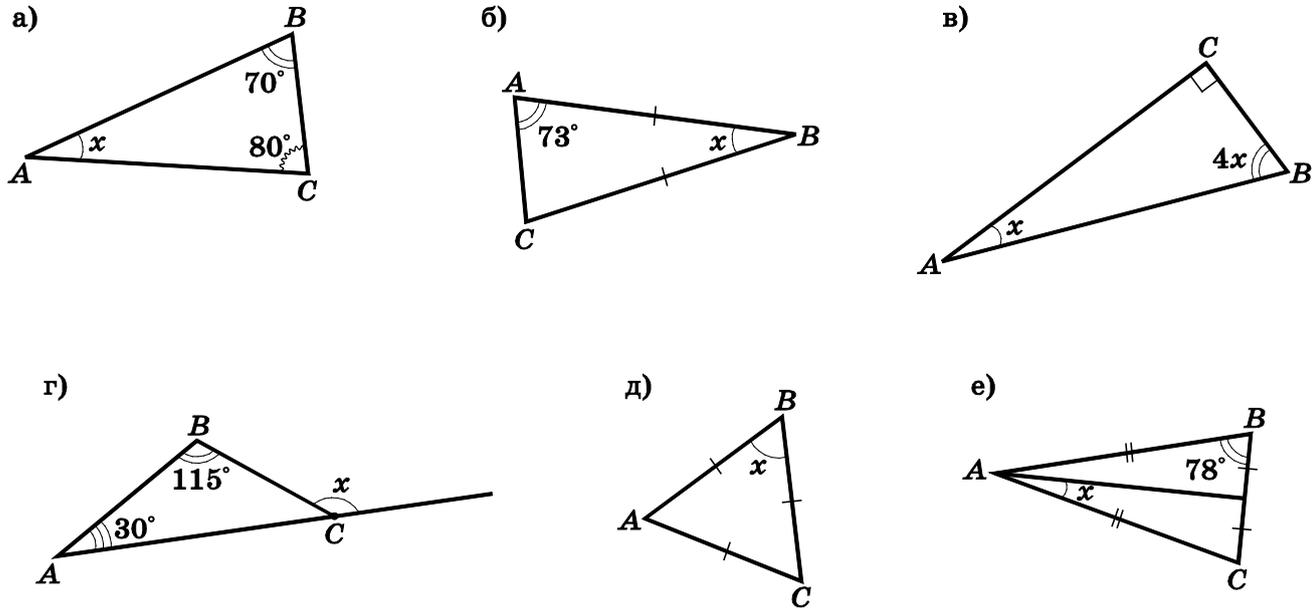


Рис. 309

2. На рисунке 310 изображена пирамида $PABC$. По данным рисунка найдите x .

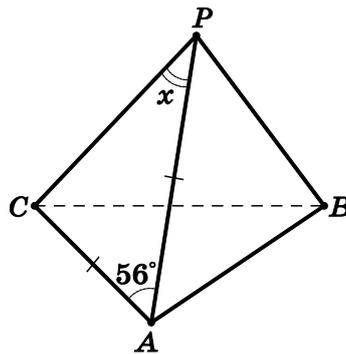
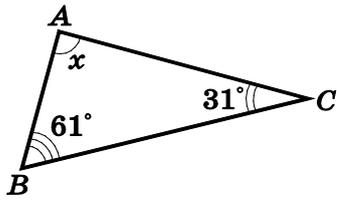


Рис. 310

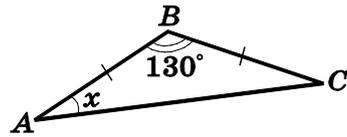
Вариант 2

1. По данным каждого из рисунков 311 а—е найдите величины неизвестных углов.

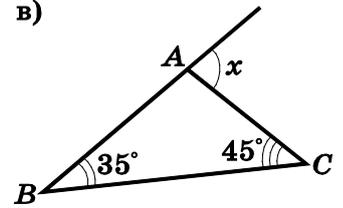
а)



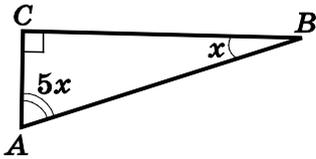
б)



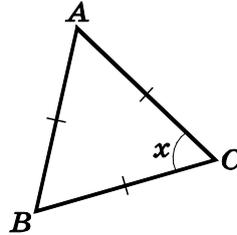
в)



г)



д)



е)

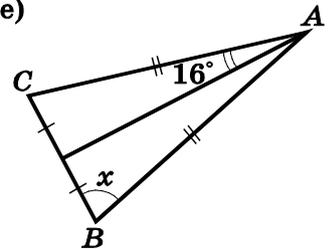


Рис. 311

2. На рисунке 312 изображена пирамида $PABC$. По данным рисунка найдите x .

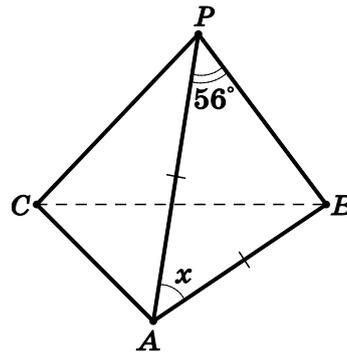
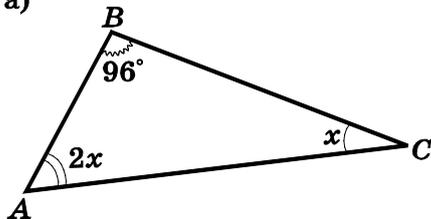


Рис. 312

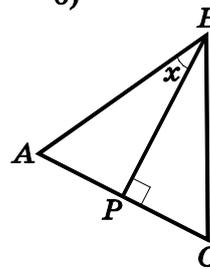
Вариант 3

1. По данным каждого из рисунков 313 а—в найдите величину неизвестного угла.

а)



б)



$$AC = AB = BC$$

в)

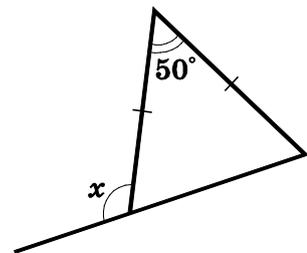


Рис. 313

2. На рисунке 314 изображена пирамида. Найдите величину x по данным рисунка.

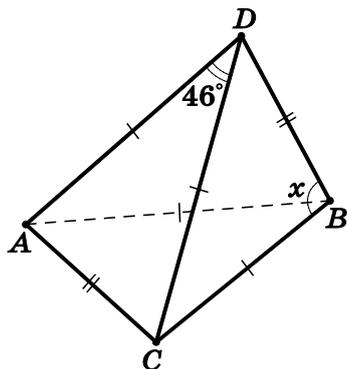
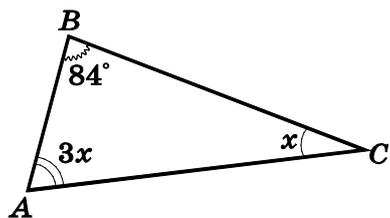


Рис. 314

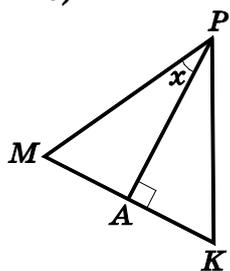
Вариант 4

1. По данным каждого из рисунков 315 а—в найдите величину неизвестного угла.

а)



б)



$$MP = PK = MK$$

в)

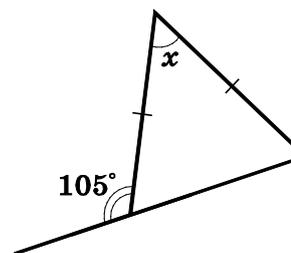


Рис. 315

2. На рисунке 316 изображена пирамида. Найдите величину x по данным рисунка.

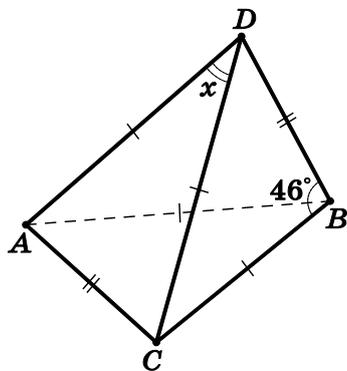


Рис. 316

Контрольная работа № 1.

Отрезки. Окружность и круг

Вариант 1

1. Дан отрезок AB . Его длина 12 см. На отрезке AB взята точка K . Вычислите KB , если:
а) $KA = 1$ см; б) $KB = 2KA$; в) расстояние от точки K до точки A на 1 см больше расстояния от точки K до точки B ; г) расстояние от точки K до точки C , середины отрезка AB , равно 1 см.
2. Постройте на одной прямой два отрезка AB и KM , длиной 6 см каждый, так, чтобы расстояние между их серединами было равно 1 см. Вычислите длину их пересечения и объединения.
3. Постройте окружность с центром в точке M радиусом 3 см. Проведите диаметр AB и хорду AC . Затем проведите радиус MC .
а) Выпишите равные отрезки, имеющиеся на чертеже.
б) Вычислите длину отрезка AB .
в) Закрасьте сектор, не являющийся сегментом.
г) Закрасьте сегмент, являющийся сектором.
4. Верно ли утверждение: каждая точка ребра куба принадлежит двум его граням?

Вариант 2

1. Дан отрезок MP . Его длина 6 см. На отрезке MP взята точка K . Вычислите KM , если:
а) $KP = 1$ см; б) $KP = 2KM$; в) расстояние от точки K до точки M на 2 см больше расстояния от точки K до точки P ; г) расстояние от точки K до точки C , середины отрезка MP , равно 1 см.
2. Постройте на одной прямой два отрезка BC и MP , длиной 8 см каждый, так, чтобы расстояние между их серединами было равно 2 см. Вычислите длину их пересечения и объединения.
3. Постройте окружность с центром в точке O радиусом 2,5 см. Проведите диаметр AB и хорду AC . Затем проведите радиус OC .

- а) Выпишите равные отрезки, имеющиеся на чертеже.
 - б) Вычислите длину отрезка AB .
 - в) Закрасьте сегмент, не являющийся сектором.
 - г) Закрасьте сектор, являющийся сегментом.
4. Верно ли утверждение: каждая точка ребра тетраэдра принадлежит двум его граням?

Контрольная работа № 2.

УГЛЫ

Вариант 1

1. Постройте угол ab с вершиной в точке O величиной 120° . Пусть луч c выходит из точки O и лежит внутри угла ab . Вычислите $\angle cb$, если:
 - а) $\angle ca = 40^\circ$; б) $\angle cb = 2\angle ca$; в) $\angle cb - \angle ca = 10^\circ$.
2. Постройте тупой угол. Постройте циркулем и линейкой его биссектрису. Постройте другой угол с той же биссектрисой. Дополнительные построения не стирайте.
3. Начертите две прямые, пересекающиеся в точке O . Отложите на одной прямой равные отрезки OP и OM , на другой прямой отрезки OA и OB такие, что $OA = 2OP$ и $OB = 2OM$. Постройте отрезки AP и BM и докажите, что они равны.
4. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и проведите в его гранях диагонали AB_1 и $B_1 D_1$. Пусть точка O — середина отрезка $B_1 D_1$. Верны ли утверждения:
 - а) отрезок OC_1 перпендикулярен отрезку $B_1 D_1$;
 - б) треугольники ABB_1 и $A_1 B_1 C_1$ равны?

Вариант 2

1. Постройте угол cb с вершиной в точке O величиной 60° . Пусть луч p выходит из точки O и лежит внутри угла cb . Вычислите $\angle pb$, если:
 - а) $\angle pc = 10^\circ$; б) $\angle pb = 2\angle pc$; в) $\angle pb - \angle pc = 10^\circ$.

2. Постройте острый угол. Постройте циркулем и линейкой его биссектрису. Постройте другой угол с той же биссектрисой. Дополнительные построения не стирайте.
3. Начертите две прямые, пересекающиеся в точке K . Отложите на одной прямой равные отрезки KA и KB , на другой отрезки KM и KP такие, что $KM = 2KA$ и $KP = 2KB$. Постройте отрезки AM и BP и докажите, что они равны.
4. Нарисуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и проведите в его гранях диагонали AC и $C_1 D$. Пусть точка O — середина отрезка AC . Верны ли утверждения:
 - а) отрезок OD перпендикулярен отрезку AC ;
 - б) треугольники CAD и DCC_1 равны?

Контрольная работа № 3.

Треугольники

Вариант 1

1. Проведите две прямые, пересекающиеся в точке O . На одной из них отложите равные между собой отрезки OA и OB , на другой — равные между собой отрезки OK и OM . Докажите, что $AK = BM$. Найдите на построенном чертеже угол, равный углу OAK , и запишите его.
2. Восстановите равнобедренный треугольник, если от него остались основание и точка на боковой стороне.
3. Нарисуйте треугольник ABC и внутри его зафиксируйте две точки: K и M . Постройте на сторонах треугольника ABC точки, равноудалённые от точек K и M .
4. Дан тетраэдр $PABC$, в котором $PA = BC$, $AB = PC$, $AC = PB$. На гранях этого тетраэдра найдите углы, равные углу ABC , и запишите их.

Вариант 2

1. Проведите две прямые, пересекающиеся в точке P . На одной из них отложите равные между собой отрезки PK и PM , на другой — равные

между собой отрезки PA и PC . Докажите, что $AK = CM$. Найдите на построенном чертеже угол, равный углу PKC , и запишите его.

2. Восстановите равнобедренный треугольник, если от него остались боковая сторона и точка на высоте к основанию.
3. Нарисуйте окружность и внутри круга, ограниченного ею, зафиксируйте две точки: A и B . Постройте на окружности точки, равноудалённые от точек A и B .
4. Дан тетраэдр $KMOP$, в котором $OK = MP$ и $OM = PK$. На гранях этого тетраэдра найдите угол, равный углу OKP , и запишите его.

Контрольная работа № 4.

Параллельность. Сумма углов треугольника

Вариант 1

1. Вычислите углы треугольника ABC , если $\angle A = \angle B = \frac{1}{2} \angle C$.
2. Начертите две параллельные прямые и секущую их прямую. Отметьте пару внутренних односторонних углов. Постройте биссектрису каждого из них. Докажите, что эти биссектрисы взаимно перпендикулярны.
3. В треугольнике ABC $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$, CC_1 — биссектриса треугольника ABC , $CC_1 = 6$ см. Найдите длину отрезка BC_1 .
4. В тетраэдре $PABC$ $PA = PB = PC$, $\angle APB = 40^\circ$, $\angle PBC = 70^\circ$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

Вариант 2

1. Вычислите углы треугольника ABC , если $\angle A = 120^\circ$, а $\angle B = 2\angle C$.
2. Начертите две параллельные прямые и секущую их прямую. Отметьте пару внутренних накрест лежащих углов. Постройте биссектрису каждого из них. Докажите, что эти биссектрисы параллельны.
3. В треугольнике ABC $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, AA_1 — биссектриса треугольника ABC , отрезок $BA_1 = 4$ см. Найдите длину биссектрисы AA_1 .

4. В тетраэдре $KMOP$ $KM = KO = KP$, $\angle KOM = 50^\circ$, $\angle OKP = 80^\circ$. Докажите, что треугольник MOP — равнобедренный.

Учебное издание
Серия «Академический школьный учебник»

Евстафьева Лариса Петровна
Евстафьев Валентин Андреевич

Геометрия
Дидактические материалы
7 класс

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Т. Ю. Акимова*

Младший редактор *Е. А. Андрееenkova*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Компьютерная графика *О. Ю. Тупикина, С. А. Крутиков*

Корректоры *Л. А. Ермолина*